

## PRESENTACIÓN

El Banco Central de Bolivia (BCB) tiene el agrado de poner a disposición de nuestros lectores el Volumen 27 de la Revista de Análisis. La presente edición contiene los dos documentos ganadores de la categoría abierta del 10mo Encuentro de Economistas de Bolivia, el documento que recibió la mención honorífica en dicha categoría y un artículo que participó mediante la convocatoria permanente del BCB para esta publicación.

El documento “Distancia a la frontera tecnológica y educación: Alternativas de crecimiento económico para países en desarrollo”, elaborado por los investigadores Fernando Velasquez Torrez y Saúl R. Quispe Aruquipa, presenta un modelo de crecimiento económico endógeno con capital humano y progreso técnico, relacionado con el resto del mundo por medio de la distancia a la frontera tecnológica. Los resultados obtenidos indican que en las economías desarrolladas, la educación secundaria tendrá un efecto en el aumento de la productividad de los factores, cuanto más próximas estén éstas a la frontera tecnológica; mientras que en las economías en desarrollo, la educación primaria ha impulsado el crecimiento de la productividad.

Por su parte, en el segundo documento, “Efectos y dinámicas financieras en el crecimiento económico vía fondos de pensiones”, el autor, Walter Morales Carrasco, corrobora la hipótesis de que los fondos de pensiones coadyuvan al crecimiento económico a través de su contribución al desarrollo del sistema financiero.

El tercer documento, titulado “Análisis del ciclo económico boliviano con modelos Markov-Switching”, del investigador Rolando Einar Paz Rodríguez, caracteriza los ciclos económicos en Bolivia empleando modelos de cambio de régimen. Este método permite al autor determinar características del mencionado ciclo, tales como duración, puntos de inflexión, persistencia y asimetrías, lo que a su vez se podría constituir en una herramienta importante para detectar vulnerabilidades y fortalezas de la economía nacional en diferentes momentos.

“Riesgo de contagio en el sistema financiero boliviano – análisis a través de redes de pagos interbancarios y del financiamiento de operaciones de crédito a empresas” es el tema desarrollado por Jonnathan Cáceres. Esta propuesta, consistente en un modelo de contagio financiero que incorpora redes de conexiones tanto entre bancos y empresas, como entre los mismos bancos, se orienta a estimar el impacto, en las entidades financieras de Bolivia, de los deterioros de la cartera crediticia e incumplimientos de créditos interbancarios. Asimismo, los resultados pueden contribuir a aproximar la importancia sistémica de los agentes económicos incluidos en el modelo (empresas y entidades financieras).

Queda extendida la invitación para que usted realice un recorrido por las páginas de este volumen, luego de lo cual seguramente podrá extraer información de interés y podrá realizar su propio análisis.

**Raúl Mendoza Patiño**  
**Asesor Principal de Política Económica**

# **Distancia a la frontera tecnológica y educación: Alternativas de crecimiento económico para países en desarrollo**

**Fernando Velasquez Torrez  
Saúl R. Quispe Aruquipa**

## **Resumen**

Analizamos la situación de las economías en desarrollo respecto a su posición en torno a la frontera tecnológica mundial. En base a Vandebussche et al. (2006) y Acemoglu et al. (2006), presentamos un modelo matemático de crecimiento económico endógeno con capital humano y progreso técnico, relacionado con el resto del mundo por medio de la distancia a la frontera tecnológica. El modelo permite identificar cómo se asignarán los recursos destinados a la inversión en capital humano, de acuerdo a la proximidad de la economía a la frontera tecnológica mundial. Se plantea un modelo dinámico de datos de panel para 121 economías en el periodo 1970-2015. Los resultados muestran que la educación primaria es la que explica la tasa de crecimiento de la productividad total de factores para economías en desarrollo, por lo que se debería aumentar la inversión en este sector.

**Clasificación JEL:** C33, I20, O40

**Palabras clave:** *Educación, crecimiento económico, capital humano, distancia a la frontera, datos de panel*

# **Distance to technological frontier and education: Alternatives for economic growth for developing countries**

**Fernando Velasquez Torrez**  
**Saúl R. Quispe Aruquipa**

## **Abstract**

We analyze the situation of developing economies with respect to their position around the world technology frontier. Based on Vandebussche et al. (2006) and Acemoglu et al. (2006), we present a mathematical model of endogenous economic growth with human capital and technical progress, related to the rest of the world through distance to technological frontier. The model allows identifying how the resources for invest in human capital will be allocated, according to the proximity of the economy to the world technology frontier. A dynamic model of panel data is proposed for 121 economies in the period 1970-2015. Results show that primary education is what explains the growth rate of total factor productivity for developing economies, so that investment in this sector should be increased.

**JEL Classification:** C33, I20, O40

**Keywords:** Education, growth, human capital, technology frontier, panel data

# **Distancia a la frontera tecnológica y educación: Alternativas de crecimiento económico para países en desarrollo**

Fernando Velasquez Torrez\*

Saúl R. Quispe Aruquipa\*

---

\* El contenido del presente documento es de responsabilidad de los autores y no compromete la opinión del Banco Central de Bolivia.

## RESUMEN

Analizamos la situación de las economías en desarrollo respecto a su posición en torno a la frontera tecnológica mundial. En base a Vandebussche et al. (2006) y Acemoglu et al. (2006), presentamos un modelo matemático de crecimiento económico endógeno con capital humano y progreso técnico, relacionado con el resto del mundo por medio de la distancia a la frontera tecnológica. El modelo permite identificar cómo se asignarán los recursos destinados a la inversión en capital humano, de acuerdo a la proximidad de la economía a la frontera tecnológica mundial. Se plantea un modelo dinámico de datos de panel para 121 economías en el periodo 1970-2015. Los resultados muestran que la educación primaria es la que explica la tasa de crecimiento de la productividad total de factores para economías en desarrollo, por lo que se debería aumentar la inversión en este sector.

**Clasificación JEL:** *C33, I20, O40*

**Palabras clave:** *Educación, crecimiento económico, capital humano, distancia a la frontera tecnológica, datos de panel*

# Distance to technological frontier and education: Alternatives for economic growth for developing countries

## ABSTRACT

We analyze the situation of developing economies with respect to their position around the world technology frontier. Based on Vandebussche et al. (2006) and Acemoglu et al. (2006), we present a mathematical model of endogenous economic growth with human capital and technical progress, related to the rest of the world through distance to technological frontier. The model allows identifying how the resources to invest in human capital will be allocated, according to the proximity of the economy to the world technology frontier. A dynamic model of panel data is proposed for 121 economies in the period 1970-2015. Results show that primary education is what explains the growth rate of total factor productivity for developing economies, so that investment in this sector should be increased.

**JEL Classification:** C33, I20, O40

**Keywords:** Education, economic growth, human capital, technology frontier distance, panel data

## I. Introducción

Uno de los factores de producción que explican el crecimiento de la productividad de las economías es el capital humano. Sin embargo, como señala Islam (2010) no existe un consenso sobre cómo el capital humano puede ayudar a los países a promover el crecimiento. Esta falta de consenso se ve plasmada en los enfoques teóricos, como en el caso de Lucas (1988) y Mankiw et al. (1992), quienes señalan que la acumulación de capital humano es la principal fuente de crecimiento de la productividad, es decir, la tasa de crecimiento depende de la tasa de acumulación de capital humano y no del nivel de capital humano. Por otro lado, los enfoques que se apoyan en la hipótesis de Nelson y Phelps (1966) sostienen que el *stock* de capital humano puede aumentar la capacidad de un país para desarrollar su propia innovación tecnológica, y también aumenta su capacidad para adoptar tecnologías desarrolladas en otros países, favoreciendo de esta forma el crecimiento económico. Los modelos de crecimiento endógeno como el de Romer (1990), Aghion y Howitt (2009) y Acemoglu (2002) señalan que el capital humano mejora el crecimiento económico, generando más innovación. La distinción entre los dos tipos de trabajo (calificado y no calificado) es importante para la innovación, como lo señalan Grossman y Helpman (1991). Esto se debe a que en el sector de investigación el capital humano facilita el progreso tecnológico generando nuevas ideas.

Sin embargo, el capital humano, medido por el nivel educativo o el gasto en educación, ha presentado algunos problemas a nivel empírico. Krueger y Lindahl (2001) muestran que las estimaciones del capital humano sobre el crecimiento, no son significativas cuando se consideran los países de la OECD. En relación a esto, Aghion y Howitt (2009) *op. cit.* plantean una solución a este problema. Estos autores toman como base el modelo de Vandenbussche et al. (2006) para considerar dos casos en los que analizan la composición del *stock* de capital humano y su relación con el crecimiento. En el primer caso, se distinguen las actividades de imitación e innovación como funciones que dependen de un solo tipo de trabajo, a saber, trabajadores con bajo nivel educativo (trabajadores no calificados) en imitación, y trabajadores con alto nivel educativo (trabajadores calificados) en innovación. Posteriormente, se asume que tanto el trabajo calificado como el no calificado, pueden emplearse en ambas actividades, concluyendo que el efecto del trabajo calificado



sobre el crecimiento de la productividad, es mayor cuando la economía está más cerca de la frontera tecnológica; esto ocurre porque cuando se está cerca de la frontera, se requiere mayor innovación, mientras que cuando la economía está alejada de la frontera tecnológica, el efecto del trabajo no calificado es mayor sobre el crecimiento de la productividad (esto ocurre cuando la economía está orientada más a actividades de imitación).

La evidencia empírica (Islam, 2010 *op. cit.*; Acemoglu et al., 2006, y Madsen, 2014) ha mostrado que en economías desarrolladas, el efecto del capital humano calificado, aumenta con la proximidad a la frontera tecnológica, mientras que el capital humano no calificado está contribuyendo más en los países de bajos ingresos, a medida que se acercan a la frontera tecnológica.

Para contribuir a los resultados empíricos, estimamos un modelo de panel de datos en sistemas y diferencias (Roodman, 2006) para 121 economías (36 economías desarrolladas y 85 economías en desarrollo) para el periodo 1975-2010. Los resultados mostraron que la educación secundaria y terciaria, tienen un efecto positivo y significativo en la tasa de crecimiento de la productividad de factores en las economías desarrolladas, mientras que para las economías en desarrollo la educación primaria tiene un efecto positivo.

El contenido del trabajo es el siguiente: en la segunda sección se desarrolla el modelo matemático de crecimiento y distancia de la frontera tecnológica; en la tercera sección se describen las variables; la cuarta sección comprende la metodología; en la quinta sección se realiza la estimación del modelo econométrico; y por último, las conclusiones.

## II. Modelo teórico

Para entender la relación entre la productividad total de los factores, la brecha tecnológica y la educación, Nelson y Phelps (1966) parten del postulado teórico de que el progreso técnico es de tipo Harrod, para todos los ratios capital-trabajo, de modo que el progreso puede ser descrito como aumentador de trabajo. Esto se puede representar como una función de producción, donde el producto ( $Q$ ) es función del capital  $K$ , trabajo  $L$  y del tiempo  $t$ . Matemáticamente:

$$Q(t) = F[K(t), A(t)L(t)] \quad (1)$$

En la ecuación (1) “la variable  $A(t)$  es un índice de tecnología,  $K(t)$  es el capital actualmente comprado,  $L(t)$  es la mano de obra que trabaja con el capital, y  $Q(t)$  es la producción. Entonces  $A(t)$  mide el nivel de mejor práctica de tecnología. Se podría suponer que la ecuación (1) es la función de producción “agregada” para la empresa, industria o economía y  $A(t)$  es el índice medio común a todas las unidades de capital, viejo y nuevo”.

Además, estos autores introducen “la noción teórica del nivel de tecnología  $T(t)$ . Esta se define como el nivel de tecnología de mejor práctica, que prevalecería si la difusión tecnológica fuera totalmente instantánea. Es una medida del stock de conocimientos o técnicas que están disponibles para los innovadores. Supongamos que el nivel tecnológico avanza a una tasa exponencial constante y exógena igual a  $\lambda$ ”:

$$T(t) = T_0 e^{\lambda t}, \quad \lambda > 0 \quad (2)$$

Primer modelo. Nelson y Phelps (1966) *op. cit.*, señalan que “el rezago del tiempo entre la creación de una nueva técnica y su adopción, es una función de algún índice de logro educativo medio,  $h$ , de aquellos en situación de innovar ( $h$  indica el grado de intensidad del capital humano). Denotemos  $w$  como el rezago. Se puede representar esta noción como sigue:

$$A(t) = T(t-w(h)), \quad w'(h) < 0 \quad (3)$$

El nivel de tecnología en la práctica, equivale al nivel teórico de tecnología  $w$  años atrás ( $w$  es una función decreciente de  $h$ ). Substituyendo la ecuación (2) en la (3) tenemos:

$$A(t) = T_0 e^{\lambda(t-w(h))} \quad (4)$$

Si  $h$  es constante, dos resultados se siguen de (4). Primero, el índice de la tecnología en la práctica, crece a la misma tasa  $\lambda$ , que el índice teórico de la tecnología. Segundo, el “nivel” o la trayectoria de la tecnología en la práctica, es una función creciente  $h$ , ya que un aumento de  $h$  acorta los rezagos entre  $T(t)$  y  $A(t)$ ”.

Este modelo, según Nelson y Phelps (1966) *“no es muy satisfactorio, porque no es razonable suponer que el rezago del nivel de mejor práctica, detrás del nivel teórico de tecnología, es independiente de la rentabilidad de nuevas técnicas aun no introducidas. Además, es poco realista suponer que un aumento de los logros educativos reduce instantáneamente el rezago, en ese sentido [estos autores plantean] un segundo modelo más realista”.*

Segundo modelo. *“El segundo modelo establece que la tasa a la cual la tecnología en la práctica es conducida a mejores prácticas tecnológicas, depende del nivel educativo y de la brecha entre el nivel teórico de la tecnología y el nivel de la tecnología en la práctica”, [lo que se denota por]:*

$$\dot{A}(t) = \phi(h) [T(t) - A(t)] \quad (5)$$

Ó equivalentemente:

$$g_A(t) = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \phi(h) \left[ \frac{T(t) - A(t)}{A(t)} \right], \quad \phi(0) = 0, \phi'(h) > 0 \quad (6)$$

donde  $g_A(t)$  denota el crecimiento de la productividad total de los factores o el crecimiento del conocimiento,  $A$  denota la productividad de los factores y  $\dot{A}$  es el cambio en  $A$ . De acuerdo con esta segunda hipótesis de Nelson y Phelps (1966), *“la tasa de crecimiento de la tecnología en la práctica (no el nivel), es una función creciente del nivel educativo”* y de la brecha entre el nivel teórico de la tecnología y el nivel de tecnología en la práctica; la tasa a la cual se cierre esta brecha dependerá del nivel de capital humano. [Nelson y Phelps, 1966, pp. 71-73]

## ***II.1. Tecnología de crecimiento de la productividad tipo Cobb-Douglas***

Islam (2010) parte de la suposición del trabajo anteriormente descrito de Nelson y Phelps (1966) y el trabajo de Benhabib y Spiegel (1994) para señalar que la educación es un medio para entender y adoptar nuevas tecnologías (esto corresponde al segundo modelo); asimismo menciona que Vandenbussche et al. (2006) y Aghion et al. (2005) predicen que el capital humano no tiene efectos uniformes sobre la innovación y la imitación para acelerar el progreso tecnológico.

El modelo teórico de Vandebussche et al. (2006) señala que las empresas intermedias pueden aumentar la productividad, ya sea por imitación de las tecnologías de vanguardia o mediante la innovación de tecnologías existentes en el país. La imitación y la innovación pueden ser realizadas por ambos tipos de trabajadores, a pesar de que la elasticidad de la mano de obra altamente educada, es mayor para la innovación, mientras que la elasticidad de la mano de obra de baja educación, es mayor para la imitación.

Vandebussche et al. (2006) *op. cit.* centran la atención en la siguiente clase de funciones de crecimiento de productividad

$$A_{it} - A_{it-1} = \lambda [u_{m,i,t}^\sigma s_{m,i,t}^{1-\sigma} (\bar{A}_{t-1} - A_{t-1}) + \gamma u_{n,i,t}^\phi s_{n,i,t}^{1-\phi} A_{t-1}] \quad (7)$$

donde:

$u_{m,i,t}$  y  $s_{m,i,t}$ : Cantidad de trabajo no calificado y calificado usados en la imitación dentro el sector  $i$  en el período  $t$ , respectivamente.

$u_{n,i,t}$  y  $s_{n,i,t}$ : Cantidad de trabajo no calificado y calificado usados en la innovación dentro el sector  $i$  en el período  $t$ , respectivamente.

$\sigma$  y  $\phi$ : Elasticidad del trabajo no calificado en imitación e innovación, respectivamente.

$\lambda > 0$ : Mide la eficiencia del proceso general de mejora tecnológica.

$\gamma > 0$ : Mide la eficiencia relativa de la innovación en comparación con la imitación en la generación del crecimiento de la productividad.

Se asumen además los siguientes supuestos:

**Supuesto 1.** La elasticidad del trabajo calificado es más alta en innovación que en imitación, contrariamente a la elasticidad del trabajo no calificado ( $\phi < \sigma$ ).

Denotamos  $w_{u,t} \bar{A}_{t-1}$  y  $w_{s,t} \bar{A}_{t-1}$  como el precio corriente del trabajo no calificado y calificado. Entonces, el costo total del trabajo de mejoras en la productividad para la firma intermedia  $i$  en el período  $t$  es igual a:

$$W_{i,t} = [w_{u,t} (u_{m,i,t} + u_{n,i,t}) + w_{s,t} (s_{m,i,t} + s_{n,i,t})] \bar{A}_{t-1}$$

Denotamos  $a_t = \frac{A_t}{\bar{A}_t}$ , que mide la proximidad del país a la frontera tecnológica en la fecha  $t$ . Asumiendo que la frontera tecnológica  $\bar{A}_t$ , crece a una tasa constante  $g$ , la empresa intermedia resolverá el siguiente problema de maximización:

$$Max_{u_{m,i,t}, s_{m,i,t}, s_{n,i,t}} \{ \pi \lambda [ u_{m,i,t}^\sigma s_{m,i,t}^{1-\sigma} (1 - a_{t-1}) + \gamma u_{n,i,t}^\phi W_{i,t}^\phi s_{n,i,t}^{1-\phi} a_{t-1} ] \bar{A}_{t-1} - W_{t-1} \} \quad (8)$$

Tomando en cuenta que todas las empresas enfrentan el mismo problema de maximización, y que hay una unidad de masa de empresas, tenemos:

$$u_{m,i,t} \equiv u_{m,t}; s_{m,i,t} \equiv s_{m,t}; u_{n,i,t} \equiv u_{n,t}; s_{n,i,t} \equiv s_{n,t} \quad (9)$$

$$S = s_{m,t} + s_{n,t}; U = u_{m,t} + u_{n,t} \quad (10)$$

Tomando en cuenta las condiciones de primer orden para el problema de maximización de (8), haciendo uso de las ecuaciones (9) y (10), y después de calcular la tasa de equilibrio de crecimiento de la productividad:

$$g_t = \int_0^1 \frac{A_t(i) - A_{t-1}}{A_{t-1}} di$$

Aghion y Howitt (2009) establecen lo siguiente:

**Lema 1.** Definimos<sup>1</sup>  $\psi = \frac{\sigma(1-\phi)}{(1-\sigma)\phi}$ . Si los valores de los parámetros son tal que la solución de la ecuación (8) es interior entonces tenemos:

$$\frac{\partial g}{\partial a} = \phi (1-\phi) h'(a) h(a)^{-1-\phi} [h(a) U - S]$$

donde:

$$h(a) = \left( \frac{(1-\sigma) \Psi^\sigma (1-a)}{(1-\phi) \gamma a} \right)^{\frac{1}{\sigma-\phi}}$$

Este lema, junto con el hecho de que  $h(a)$  es decreciente en  $a$ , dado el supuesto 1, inmediatamente implica lo siguiente:

1 Ver el Apéndice A para el desarrollo matemático.

**Proposición 1.** Dado el supuesto 1, un incremento marginal de la inversión en alta educación  $S$ , mejora el crecimiento de la productividad, tanto más cuando más cerca está de la frontera tecnológica mundial, es decir:

$$\frac{\partial^2 g_t}{\partial a \partial S} > 0$$

Y el incremento marginal en la inversión de la educación más baja  $U$ , mejora el crecimiento de la productividad, tanto menos cuando más cerca está el país de la frontera tecnológica mundial, es decir:

$$\frac{\partial^2 g_t}{\partial a \partial U} < 0$$

Resumiendo, se tiene el siguiente cuadro:

**Cuadro 1: EFECTO DEL TRABAJO SOBRE EL CRECIMIENTO DE LA PRODUCTIVIDAD**

Inversión marginal	Cerca de $a$	Lejos de $a$
L calificado (S)	$\Delta^+ g$	$\Delta^- g$
L no calificado (U)	$\Delta^- g$	$\Delta^+ g$

Fuente: Elaboración propia con base en Vandenbussche et al. (2006)

Según Aghion y Howitt (2009), la intuición que está detrás de esta proposición puede entenderse mediante el teorema de Rybczynski de comercio internacional. Consideremos un aumento en la oferta de trabajo calificado, manteniendo la oferta de mano de obra no calificada fija y un  $a$  dado. Asumiendo que los trabajadores calificados contribuyen relativamente más al crecimiento de la productividad y los beneficios si se emplean en la innovación más que en la imitación (Supuesto 1), la demanda de trabajo tenderá a ser más alta en innovación. Esto lleva a que la productividad marginal del trabajo no calificado se incremente más en innovación que en imitación, y a que un flujo neto de trabajadores no calificados debería moverse de la imitación a la innovación. Esto mejoraría aún más la productividad marginal del trabajo calificado en innovación, lo que induce cada vez más a una mayor fracción de trabajo calificado a moverse a innovación. Mientras más cerca está una economía de la frontera tecnológica, mayor será

el efecto Rybczynski. Esto ocurre con una  $a$  alta que incrementa la eficiencia de ambos tipos de trabajo en la innovación respecto a la imitación.

El modelo teórico de Vandebussche et al. (2006), Aghion et al. (2005) y Aghion y Howitt (2009) asumen dos tipos de trabajo que se diferencian en el nivel de educación. En esta descomposición de habilidades, la educación juega un papel importante: en la actividad productiva, la educación terciaria es más propensa a facilitar la innovación, mientras que la educación primaria y secundaria, facilitan la imitación o difusión de conocimientos ya desarrollados en otros países. Por lo tanto, basándose en esta predicción, estos autores proponen que cuanto más cerca esté un país de la frontera tecnológica mundial, más potenciador del crecimiento será para ese país, invertir en educación terciaria. Por otra parte, cuanto más alejado esté de la frontera, es más conveniente que un país invierta en educación primaria y secundaria para aumentar el crecimiento.

Islam (2010) señala que a medida que la distancia de la frontera tecnológica se reduce, el efecto de crecimiento de la educación terciaria aumenta, mientras que el efecto de crecimiento de la educación primaria y secundaria disminuye. Bajo este argumento, la especificación empírica del modelo de crecimiento endógeno de Vandebussche et al. (2006) toma la siguiente forma:

$$g_{jt} = \Delta \ln A_{jt} = \alpha_0 + \alpha_1 \ln \left( \frac{A_{j,t-1}}{A_{t-1}^{US}} \right) + \alpha_2 f_{j,t-1} + \alpha_3 \ln \left( \frac{A_{j,t-1}}{A_{t-1}^{US}} \right) f_{j,t-1} + \varepsilon_{jt} \quad (11)$$

donde:

$g_{jt}$ : Crecimiento de la productividad total de los factores

$A$ : Nivel de la productividad total de los factores

$\ln \left( \frac{A_{j,t-1}}{A_{t-1}^{US}} \right)$ : Logaritmo de la proximidad a la frontera tecnológica en  $t-1$

$f_{j,t-1}$ : fracción de la población con alta educación en  $t-1$

$\ln \left( \frac{A_{j,t-1}}{A_{t-1}^{US}} \right) f_{j,t-1}$ : Coeficiente de interacción entre la proximidad y la educación

Si el coeficiente de  $\alpha_3$  es positivo y significativo, implica que los adultos con educación terciaria son más importantes para el crecimiento en economías que están cerca de la frontera tecnológica.

### III. Variables del modelo

En el siguiente apartado, se describe la base de datos y los indicadores que se emplearon en la estimación. La muestra abarca información quinquenal de 121 países (36 economías desarrolladas y 85 economías en desarrollo) para el periodo 1975-2010. El tamaño de esta muestra fue determinado por la información disponible y la estrategia de utilizar un periodo razonablemente amplio para observar las variables.

La tasa de crecimiento de la productividad total de factores (PTF) se estimó mediante una función de producción tipo Cobb-Douglas:  $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ , donde  $Y$  indica el Producto Interno Bruto real (PIB),  $A$  es la PTF,  $K$  es el *stock* de capital agregado,  $L$  es la fuerza de trabajo agregada y  $\alpha$  es la proporción del ingreso que viene del capital que se asume es constante.

Al dividir la ecuación por  $L$  se obtiene:  $y = Ak^\alpha$ , donde  $y$  es el producto por trabajador y  $k$  es el ratio de capital por trabajador. De la anterior ecuación, despejando  $A$  obtenemos la siguiente ecuación  $A = y/k^\alpha$ .

Para encontrar el valor de la PTF utilizamos, en primer lugar, el PIB real per cápita tomando como año base a 2005, el cual es medido por *Penn World Tables* (PWT) 7.0. El *stock* de capital se construye mediante el método de inventarios perpetuos (Caselli, 2005). El valor  $\alpha$  es igual a 0,30 para toda la muestra (Islam, 2010, *op. cit.*).

La ecuación de acumulación del capital es la siguiente:  $K_{it} = I_{it} + (1-\delta)K_{it-1}$ , donde  $K$  es la cantidad de capital,  $\delta$  la tasa de depreciación constante de 5% (Islam, 2010) e  $I$  es el nivel de inversión. Para encontrar el nivel inicial de capital, con el método de inventarios perpetuos, se recurre a la siguiente ecuación:  $K_{io} = \frac{I_{io}}{g+\delta}$  donde  $g$  es la tasa de crecimiento de  $I$  en estado estacionario, el cual es medido como un promedio de su tasa de crecimiento.

El capital es medido utilizando la clasificación de Barro y Lee (2013) por nivel de estudio: primaria, secundaria y terciaria (o nivel superior). La distancia a la frontera tecnológica se construyó como el ratio de la



PTF del país  $i$ , y del de Estados Unidos (Vandenbussche et al., 2006). En cuanto a las variables de control, la inflación (tasa de crecimiento del índice de precios al consumidor), el coeficiente de apertura (ratio entre la suma de exportaciones e importaciones con respecto del PIB), y la proporción del gasto público con respecto al PIB, se tomó como base los datos de la PWT 7.0.

#### IV. Metodología econométrica

El proceso generador de datos de un modelo de datos de panel es escrito como:

$$y_{it} = \alpha y_{it-1} + x'_{it} \beta + \eta_i + v_{it} \quad (12)$$

donde  $E[\mu_i] = E[v_{it}] = E[\eta_i v_{it}] = 0$  y  $\varepsilon_{it} = \eta_i + v_{it}$ .

Un supuesto importante es:

$$E(v_{it} | x_{i1}, \dots, x_{iT}, \eta_i) = 0 \quad (t = 1, \dots, T) \quad (13)$$

En la ecuación (12) existe un efecto dinámico de  $x$  en  $y$ , donde la velocidad de ajuste es controlado por el rezago de  $y$ . El supuesto de la ecuación (13) implica que  $x$  no está correlacionado con el pasado, presente, y futuro del valor de  $v$ ; por tanto,  $x$  es una variable estrictamente exógena. Sin embargo, no se descarta la correlación entre  $x$  y el efecto individual de  $\eta$  (Arellano, 2003).

Alternativamente, la ecuación (12) puede ser escrita como:

$$\Delta y_{it} = (\alpha - 1) y_{it-1} + x'_{it} \beta + \varepsilon_{it} \quad (14)$$

Tomando la primera diferencia de (14) para remover los efectos fijos nos da:

$$\Delta y_{it} = \alpha \Delta y_{it-1} + \Delta x'_{it} \beta + \Delta v_{it} \quad (15)$$

La ecuación (15) es un sesgo del panel dinámico, dado que  $y_{it-1}$  está correlacionada con los términos de perturbaciones después de la transformación. Como  $y_{it-1}$  está correlacionada con  $v_{it-1}$ , cualquier variable  $x$  que no es estrictamente exógena, es potencialmente endógena debido a la correlación con  $v_{it-1}$ .

Arellano y Bond (1991) sugieren que las variables dependientes rezagadas en  $t-2$  pueden ser usadas como instrumentos para las ecuaciones en primeras diferencias. Los estimadores GMM<sup>2</sup> controlan la endogeneidad usando instrumentos internos, en base a los valores rezagados de las variables explicativas. El estimador GMM es como una extensión de la metodología de Variable Instrumental (VI) y tiene ventajas sobre los estimadores convencionales como 2SLS<sup>3</sup>. GMM hace uso de las condiciones de ortogonalidad para permitir una estimación eficiente en presencia de heteroscedasticidad.

Blundell y Bond (1998) muestran que los estimadores GMM en diferencias, pueden estar sujetos a una concentración de muestras finitas sesgadas, especialmente cuando el número de períodos de tiempo es pequeño. Los autores mostraron que cuando las variables explicativas son persistentes en el tiempo, los niveles rezagados de la variable dependiente son instrumentos débiles en primeras diferencias. En estos casos, los problemas graves de identificación, pueden conducir a sesgos y podrían resultar en unos estimadores diferenciados de bajo rendimiento. Arellano y Bover (1995) sugieren el uso de retardos de las series en primeras diferencias, como instrumentos para ecuaciones en niveles. Roodman (2006) recomienda que se utilice 2 rezagos, y que las variables endógenas puedan ser utilizadas como instrumentos en la práctica.

Una restricción importante del estimador, que se corrige con una correcta modelización, es que no exista autocorrelación de segundo orden en las primeras diferencias de los errores. Esta restricción se demuestra con la prueba de Arellano-Bond. La hipótesis nula de esta prueba es la no existencia de autocorrelación, por lo que un valor probabilístico mayor a 0,05 indica la aceptación de esta hipótesis y, por tanto, no existe autocorrelación. La segunda prueba estadística relevante es la de Sargan (1958), con la que se demuestra la existencia de sobre identificación. En esta prueba, la hipótesis nula es que las ecuaciones están correctamente sobre identificadas, por lo que un valor probabilístico mayor a 0,05 indica que la especificación es correcta.

---

2 *Generalized Method of Moments.*

3 *Two-Stage least squares.*

## V. Análisis Empírico

Utilizando la ecuación (11) se obtiene una ecuación base que se expresa de la siguiente manera:

$$g_{it} = \beta_0 + \beta_1 Prim_{i,t-1} + \beta_2 Sec_{i,t-1} + \beta_3 Terc_{i,t-1} + \beta_4 InDF_{i,t-1} + \beta_5 (InDF_{i,t-1}) * (Prim_{i,t-1}) + \beta_6 (InDF_{i,t-1}) * (Sec_{i,t-1}) + \beta_7 (InDF_{i,t-1}) * (Terc_{i,t-1}) + \beta_8 Inf_{i,t} + \beta_9 Ln Apertura_{i,t} + \beta_{10} Ln Gasto_{i,t} + \alpha_i + v_{it}$$

donde  $i$  representa el país y  $t$  es el tiempo. La ecuación anterior nos dice que el crecimiento económico de la PTF ( $g_{i,t}$ ) es explicado por la proporción rezagada de habitantes con educación primaria ( $Prim_{i,t-1}$ ), secundaria ( $Sec_{i,t-1}$ ), terciaria ( $Terc_{i,t-1}$ ), la distancia a la frontera tecnológica mundial ( $\ln DF_{i,t-1}$ ) y los efectos multiplicadores de la distancia y la educación. Las variables de control son la inflación ( $Inf_{i,t}$ ), la apertura comercial ( $Apertura_{i,t}$ ) y la proporción del gasto de gobierno con respecto al PIB ( $Gasto_{i,t}$ ). Por último, existe un efecto específico del país,  $\alpha_i$ , y un término de perturbación,  $v_{it}$ .

### V.1 Resultados econométricos

Tras la revisión de la información estadística de las variables (ver Apéndices C y D) se procede a realizar una estimación del modelo planteado anteriormente. Las estimaciones se hicieron para dos grupos de países: países desarrollados y países en desarrollo. El Cuadro 2 resume los resultados de las regresiones utilizando el método de estimación de Roodman (2006) (GMM por diferencias y sistemas).

**Cuadro 2: DETERMINANTES DE LA TASA DE  
CRECIMIENTO DE LA PTF, 1975-2010**

Variable	Países desarrollados	Países en desarrollo
Prim (-1)	0,663 <i>1,355</i>	0,962* <i>1,813</i>
Sec (-1)	-2,359** <i>-2,517</i>	-1,776 <i>-1,388</i>
Terc (-1)	9,372** <i>2,648</i>	-1,87 <i>-0,19</i>
Ln DF (-1)	0,928*** <i>5,605</i>	0,89*** <i>4,285</i>
Prim (-1)*Ln DF (-1)	-0,161 <i>-1,397</i>	-0,326* <i>-1,784</i>
Sec (-1)*Ln DF (-1)	0,575** <i>2,548</i>	0,64 <i>1,442</i>
Terc (-1)*Ln DF (-1)	-2,109*** <i>-2,616</i>	0,81 <i>0,256</i>
Inf	0,514*** <i>5,303</i>	0,669* <i>1,73</i>
Ln Apertura	0,292*** <i>3,409</i>	0,342 <i>1,327</i>
Ln Gasto	-0,324** <i>-2</i>	0,789** <i>2,248</i>
Constante	2,024*** <i>3,177</i>	-0,508 <i>-0,366</i>
Observaciones	288	680
Número de países	36	85
Instrumentos	18	18
Wald (Prob>chi2)	0,000	0,000
Test de Hansen	0,485	0,830
Test AR(1) en residuos	0,017	0,045
Test AR(2) en residuos	0,456	0,844

Fuente: Elaboración propia con el uso de Stata 12.0.

Notas. Los estadísticos t de Student se presentan en letras cursivas. Test de Hansen: Ho= Las restricciones de sobreidentificación son válidas. AR (1) y AR (2): Ho= No existe autocorrelación.

\*\*\* Indica el nivel de significancia del 1%

\*\* Ibid., 5%

\* Ibid., 10%

La primera columna del Cuadro 2 muestra los resultados de las estimaciones de las variables explicativas de la tasa de crecimiento

de la PTF para economías desarrolladas. Los resultados muestran que la educación terciaria tiene un efecto positivo y significativo hacia el crecimiento de la PTF, mientras que la educación secundaria tiene un efecto negativo. Este resultado puede interpretarse como que la población con educación superior, es aquella que ha permitido que estas economías logren mejorar sus niveles de PTF.

Sin embargo, los efectos multiplicativos de la educación y la distancia de la frontera, presentan signos contrarios a los presentados anteriormente, es decir, el efecto multiplicativo de la distancia de la frontera y la educación secundaria es positivo, mientras que la distancia de la frontera y la educación terciaria es negativo. La contrariedad en los signos, podría ser resultado de que al ser países más cercanos a la frontera tecnológica mundial, la población secundaria es la que está llevando a aumentos de la PTF, es decir, que el sector educativo secundario con un grado de tecnología elevado, permitirá que la PTF futura sea elevada.

En el caso de los países en desarrollo, la educación primaria es la que permitió aumentos de la PTF. Sin embargo, el efecto multiplicativo de este sector y su posición en la frontera tecnológica, son negativos hacia la evolución de la PTF. Por tanto, estos resultados muestran que la educación primaria es escasa para alcanzar un elevado crecimiento, por tanto, se debiera aumentar la inversión en este sector para alcanzar rendimientos más elevados.

## VI. Conclusiones

El crecimiento de una economía, analizado a través de funciones de crecimiento de la productividad, depende de la composición del capital humano, y nos señala que un país que esté dotado en lo que es más importante para crecer, se verá favorecido cuando cambie su proximidad a la frontera tecnológica. Cuando cambia la proximidad de la economía doméstica respecto a la frontera tecnológica, se sigue que es adecuado invertir en trabajo calificado, cuando el mismo está cerca de la frontera tecnológica, y también cuando el trabajo no calificado está alejado de la frontera tecnológica, porque en ambos casos aumentará el crecimiento de la productividad.

En el caso de los estudios econométricos que abordan el tema del crecimiento de una economía y el capital humano, es importante hacer

una distinción de la composición de este último, porque si se toma de forma agregada en una regresión, puede arrojar como resultado, ser una variable explicativa no significativa.

Los resultados econométricos indican que en las economías desarrolladas, los impulsores del aumento de la productividad fueron la educación terciaria y el efecto multiplicativo de educación secundaria y la distancia de la frontera. Es decir, que cuanto más próximas estén las economías a la frontera tecnológica, la educación secundaria tendrá un efecto en el aumento de la productividad de los factores. Con respecto a las economías en desarrollo, la educación primaria ha impulsado el crecimiento de la productividad. Este resultado sugiere invertir en la educación primaria para buscar un mayor crecimiento en la productividad total de los factores.

## Referencias bibliográficas

ACEMOGLU, D. (2002). "Technical Change, Inequality and The Labor Market", *Journal of Economic Literature*, 40 (1), pp. 7 - 72

ACEMOGLU, D., P. AGHION, F. ZILIBOTTI (2006). "Distance to frontier, selection, and economic growth", *Journal of the European Economic Association*, 4 (1), pp. 37 - 74

AGHION, P., L. BOUSTAN, C. HOXBY, J. VANDENBUSSCHE (2005). "Exploiting State's Mistakes to Identify the Causal Impact of Higher Education on Growth", paper presented at Education Workshop, July 27th, 2005, organized by National Bureau of Economic Research

AGHION P. and P. HOWITT (2009). *The Economics of Growth*, The MIT Press, United States of America

ARELLANO, M. and S. BOND (1991). "Some tests of specification for panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations", *The Review of Economic Studies*, 58 (2), pp. 277 – 297

ARELLANO, M. and O. BOVER (1995). "Another look at the instrumental variable estimation of error-components models", *Journal of Econometrics*, 68 (1), pp. 29 - 51

ARELLANO, M. (2003). *Panel data econometrics*, Oxford University Press, United States of America

BARRO, R. J. and X. SALA-I-MARTIN (1992). "Convergence", *Journal of Political Economy*, 100 (2), pp. 223 – 251

BARRO, R. J. and J. W. LEE (2013). "A new data set of educational attainment in the world, 1950–2010", *Journal of Development Economics*, 104, pp. 184 - 198

BENHABIB, J. and M. M. SPIEGEL (1994). "The role of human capital in economic development: Evidence from aggregate cross-country data", *Journal of Monetary Economics*, 34 (2), pp. 143 - 173

BLUNDELL, R. and S. BOND (1998). "Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models", *Journal of Econometrics*, 87 (1), pp. 115 - 143

CASELLI, F. “Accounting for Cross-Country Income Differences” in AGHION, P. and S. N. DURLAUF (Eds.) (2005) *Handbook of Economic Growth*, Volume 1A, Handbooks in Economics 22, Elsevier B.V., The Netherlands, pp. 679-741

EVANS, P. (1996). “Using cross-country variances to evaluate growth theories”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 20 (6-7), pp.1027–1049

FEENSTRA, R. C., R. INKLAAR, M. P. TIMMER (2015). “The Next Generation of the Penn World Table”, *The American Economic Review*, 105 (10), pp. 3150-3182

GERSCHENKRON, A. (1962). *Economic Backwardness in Historical Perspective: A Book of Essays*, The Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, MA, London, England

GROSSMAN, G. M. and E. HELPMAN (1991). *Innovation and Growth in the Global Economy*, The MIT Press, London, England

HOWITT, P. and D. MAYER-FOULKES (2005). “R&D, Implementation, and Stagnation: A Schumpeterian Theory of Convergence Clubs”, *Journal of Money, Credit and Banking*, 37 (1), pp. 147–177

ISLAM, M. R. (2010). “Human Capital Composition, Proximity to Technology Frontier and Productivity Growth”, Monash University, Department of Economics, Discussion paper 23/10

KRUEGER, A. B. and M. LINDAHL (2001). “Education for Growth: Why and for Whom?”, *Journal of Economic Literature*, 39 (4), pp. 1101–1136

LALL, S. (1992). “Technological capabilities and industrialization”, *World Development*, 20 (2), pp. 165-186

LUCAS, R. E. (1988). “On the mechanics of economic development”, *Journal of Monetary Economics*, 22 (1), pp. 3-42

MADSEN, J. B. (2014). “Human Capital and the World Technology Frontier”, *The Review of Economics and Statistics*, 96 (4), pp. 676-692

MAYER-FOULKES, D. (2007). “Globalization and the Human Development Trap”, UNU-WIDER, Research Paper No. 2007/64, October



- MAYER-FOULKES, D. (2006a). "Development and Underdevelopment: 1500-2000", mimeo
- MAYER-FOULKES, D. (2006b). "The Impact of Free Trade and FDI: Banana Republic or Miracle Growth?", mimeo
- MAYER-FOULKES, D. (2002). "Global Divergence", Centro de Investigación y Docencia Económicas (CIDE), División de Economía, Working paper, September
- MADDISON, A. (2001). *The World Economy: A Millennial Perspective*, Organisation for Economic Co-operation and Development (OCDE), Development Centre Studies, Paris, France
- MANKIW, N. G., P. ROMER, D. N. WEIL (1992). "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, 107 (2), pp. 407–437
- NELSON, R. R. and E. S. PHELPS (1966). "Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth", *The American Economic Review*, 56 (1/2), pp. 69-75
- ROMER, P. M. (1990). "Endogenous Technological Change", *Journal of Political Economy*, 98 (5), pp. S71-S102
- ROODMAN, D. (2006). "How to Do xtabond2: An Introduction to "Difference" and "System" GMM in Stata", Center for Global Development, Working Paper Number 103, December
- SARGAN, J. D. (1958). "The Estimation of Economic Relationships using Instrumental Variables", *Econometrica*, 26 (3), pp. 393-415
- THE WORLD BANK (2016). *World Development Indicators 2016*, Washington D.C.
- VANDEBUSSCHE, J., P. AGHION, C. MEGHIR (2006). "Growth, Distance to Frontier and Composition of Human Capital", *Journal of Economic Growth*, 11 (2), pp. 97–127

# APÉNDICES

## Apéndice A

### Deducción de la tasa de crecimiento de la productividad

El problema de maximización dado por la ecuación (8) es:

$$\text{Max } u_{m,i,t}, s_{m,i,t}, u_{n,i,t}, s_{n,i,t} \{ \pi \lambda [u_{m,i,t}^\sigma s_{m,i,t}^{1-\sigma} (1-a_{t-1}) + \gamma u_{n,i,t}^\phi s_{n,i,t}^{1-\phi} a_{t-1}] \bar{A}_{t-1} - W_{i,t} \} \quad (\text{A1})$$

Como todas las empresas enfrentan el mismo problema de maximización, en el equilibrio:

$$u_{m,i,t} \equiv u_{m,t}; u_{n,i,t} \equiv u_{n,t}; s_{m,i,t} \equiv s_{m,t}; s_{n,i,t} \equiv s_{n,t}$$

Hay una unidad de masa de empresas intermedias, así que el equilibrio del mercado de trabajo se expresa por:  $s_{n,t} + s_{m,t} = S$  y  $u_{n,t} + u_{m,t} = U$ .

Despejando  $s_{n,t} = S - s_{m,t}$  y  $u_{n,t} = U - u_{m,t}$  el problema se convierte en uno de dos variables:

$$\text{Max } u_{m,t}, s_{m,t} \{ \pi \lambda [u_{m,t}^\sigma s_{m,t}^{1-\sigma} (1-a_{t-1}) + \gamma (U - u_{m,t})^\phi (S - s_{m,t})^{1-\phi} a_{t-1}] \bar{A}_{t-1} - (w_{n,t} U + w_{s,t} S) \bar{A}_{t-1} \} \quad (\text{A2})$$

Resolviendo el problema de maximización:

$$\sigma u_{m,t}^{\sigma-1} s_{m,t}^{1-\sigma} (1-a_{t-1}) = \gamma \phi (U - u_{m,t})^{\phi-1} (S - s_{m,t})^{1-\phi} a_{t-1} \quad (\text{A3})$$

$$(1-\sigma) u_{m,t}^\sigma s_{m,t}^{-\sigma} (1-a_{t-1}) = \gamma (1-\phi) (U - u_{m,t})^\phi (S - s_{m,t})^{-\phi} a_{t-1} \quad (\text{A4})$$

Dividiendo la ecuación (A3) entre la ecuación (A4) y omitiendo el subíndice temporal, obtenemos:

$$\frac{(S - s_m)}{(U - u_m)} \frac{u_m}{s_m} = \frac{\sigma (1-\phi)}{\phi (1-\sigma)} \quad (\text{A5})$$

Se define:

$$\Psi = \frac{\sigma (1-\phi)}{\phi (1-\sigma)} \quad (\text{A6})$$

Entonces:

$$\frac{u_n}{s_n} = \frac{1}{\Psi} \frac{u_m}{s_m} \quad (\text{A5}')$$

Reemplazando  $\Psi$  en la ecuación (A5) obtenemos para  $u_m$  :

$$u_m = \frac{\Psi U s_m}{(\Psi - 1) s_m + s} \quad (\text{A7})$$

Reemplazando la ecuación (A7) en la ecuación (A3) obtenemos para  $s_m$  :

$$s_m = \frac{1}{\Psi - 1} \left\{ \left[ \frac{(1-a)\Psi^\sigma (1-\sigma)}{\gamma a (1-\phi)} \right]^{\frac{1}{\sigma-\phi}} U - S \right\} \quad (\text{A8})$$

Se define:

$$h(a) = \left[ \frac{(1-a)\Psi^\sigma (1-\sigma)}{\gamma a (1-\phi)} \right]^{\frac{1}{\sigma-\phi}}$$

Entonces:

$$s_m = \frac{1}{\Psi - 1} [h(a) U - S] \quad (\text{A8}')$$

Reemplazando la ecuación (A8') en la ecuación (A7) obtenemos:

$$\frac{u_m}{s_m} = \frac{\Psi}{h(a)} \quad (\text{A9})$$

Reemplazando la ecuación (A9) en la ecuación (A5') obtenemos:

$$\frac{u_n}{s_n} = \frac{1}{h(a)} \quad (\text{A10})$$

Para encontrar la tasa de crecimiento de la economía, empleamos la función de crecimiento de la productividad:

$$A_{it} - A_{it-1} = \lambda [u_{m,it}^\sigma s_{m,it}^{1-\sigma} (\bar{A}_{t-1} - A_{t-1}) + \gamma u_{n,it}^\phi s_{n,it}^{1-\phi} A_{t-1}]$$

Manipulamos algebraicamente la expresión para encontrar la tasa de crecimiento de la economía:

$$\int_0^1 \frac{A_{it} - A_{it-1}}{A_{it-1}} di = \lambda \left[ \frac{(1-a)}{a} u_m^\sigma s_m^{1-\sigma} + \gamma u_n^\phi s_n^{1-\phi} \right]$$

$$\frac{g}{\lambda} = \frac{(1-a)}{a} \left( \frac{u_m}{s_m} \right)^\sigma s_m + \gamma \left( \frac{u_n}{s_n} \right)^\phi s_n \quad (\text{A11})$$

$$\frac{g}{\lambda \gamma} = \left( \frac{u_n}{s_n} \right)^\phi \left[ \frac{(1-a)}{a} \left( \frac{u_m}{s_m} \right)^\sigma \frac{s_m}{\gamma} \left( \frac{u_n}{s_n} \right)^{-\phi} + s_n \right]$$

Reemplazando las ecuaciones (A9) y (A10) en la ecuación (A11) obtenemos:

$$\frac{g}{\lambda\gamma} = h(a)^{-\phi} \left[ \frac{(1-a) \Psi^\sigma h(a)^{\phi-\sigma}}{a\gamma} s_m + (s - s_m) \right]$$

Reemplazando  $h(a)$  dentro del corchete:

$$\frac{g}{\lambda\gamma} = h(a)^{-\phi} \left[ \frac{(\sigma-\phi)}{1-\sigma} s_m + S \right] \quad (\text{A12})$$

Reemplazando  $\Psi$  en la ecuación (A8') y luego reemplazando en la ecuación (A12):

$$\frac{g}{\lambda\gamma} = \phi h(a)^{1-\phi} U + (1-\phi) h(a)^{-\phi} S \quad (\text{A13})$$

## Apéndice B

### Países de la muestra

PAÍSES DESARROLLADOS	PAÍSES EN DESARROLLO		
Australia	Afghanistan	Iran	Swaziland
Austria	Albania	Iraq	Syria
Bahrain	Algeria	Jamaica	Tanzania
Barbados	Argentina	Jordan	Thailand
Belgium	Bangladesh	Kenya	Togo
Brunei	Belize	Laos	Tonga
Canada	Benin	Lesotho	Tunisia
Chile	Bolivia	Liberia	Turkey
Cyprus	Botswana	Malawi	Uganda
Denmark	Brazil	Malaysia	Venezuela
Finland	Bulgaria	Maldives	Vietnam
France	Burundi	Mali	Zambia
Germany	Cambodia	Mauritania	Zimbabwe
Greece	Cameroon	Mauritius	
Hungary	Central African Republic	Mexico	
Iceland	China Version 1	Mongolia	
Ireland	Colombia	Morocco	
Israel	Congo, Dem. Rep.	Mozambique	
Italy	Congo, Republic of	Namibia	
Japan	Costa Rica	Nepal	
Korea, Republic of	Cote d'Ivoire	Nicaragua	
Luxembourg	Cuba	Niger	
Malta	Dominican Republic	Pakistan	
Netherlands	Ecuador	Panama	
New Zealand	Egypt	Papua New Guinea	
Norway	El Salvador	Paraguay	
Poland	Fiji	Peru	
Portugal	Gabon	Philippines	
Spain	Gambia, The	Romania	
Sweden	Ghana	Rwanda	
Switzerland	Guatemala	Senegal	
Taiwan	Guyana	Sierra Leone	
Trinidad & Tobago	Haiti	Singapore	
United Kingdom	Honduras	South Africa	
United States	India	Sri Lanka	
Uruguay	Indonesia	Sudan	

Fuente: Elaboración propia con base en Penn World Tables 7.0 y Banco Mundial.

## Apéndice C

### Descripción estadística: Economías desarrolladas

Variable		MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	MÍNIMO	MÁXIMO	OBSERVACIONES
g	overall	0.022	0.024	-0.080	0.128	N = 288
	between		0.011	0.000	0.051	n = 36
	within		0.022	-0.063	0.118	T = 8
Prim (-1)	overall	5.218	1.085	1.200	7.920	N = 288
	between		0.984	2.964	7.455	n = 36
	within		0.482	3.454	6.583	T = 8
Sec (-1)	overall	2.832	1.225	0.320	6.200	N = 288
	between		0.868	1.314	5.076	n = 36
	within		0.875	0.885	6.395	T = 8
Terc (-1)	overall	0.460	0.307	0.040	1.620	N = 288
	between		0.237	0.079	1.218	n = 36
	within		0.199	-0.113	1.077	T = 8
Ln DF (-1)	overall	4.197	0.398	3.117	6.112	N = 288
	between		0.367	3.472	5.498	n = 36
	within		0.166	3.538	4.811	T = 8
Inf	overall	0.013	0.060	-0.158	0.229	N = 288
	between		0.009	-0.006	0.036	n = 36
	within		0.059	-0.151	0.206	T = 8
Ln Apertura	overall	4.076	0.643	2.343	5.734	N = 288
	between		0.559	2.885	5.441	n = 36
	within		0.329	3.298	5.209	T = 8
Ln Gasto	overall	1.985	0.359	0.924	3.223	N = 288
	between		0.307	1.304	2.746	n = 36
	within		0.191	1.104	2.536	T = 8

Fuente: Elaboración propia con el uso de Stata 12.0.

## Descripción estadística: Economías en desarrollo

Variable		MEDIA	DESV. ESTÁNDAR	MÍNIMO	MÁXIMO	OBSERVACIONES
g	overall	0.018	0.034	-0.237	0.259	N = 680
	between		0.014	-0.019	0.065	n = 85
	within		0.031	-0.201	0.296	T = 8
Prim (-1)	overall	2.825	1.584	0.160	7.820	N = 680
	between		1.398	0.504	7.010	n = 85
	within		0.758	0.633	5.048	T = 8
Sec (-1)	overall	1.091	0.867	0.020	4.800	N = 680
	between		0.675	0.068	3.143	n = 85
	within		0.548	-0.998	2.949	T = 8
Terc (-1)	overall	0.142	0.155	0.000	1.170	N = 680
	between		0.125	0.005	0.574	n = 85
	within		0.091	-0.272	0.738	T = 8
Ln DF (-1)	overall	2.830	0.666	0.160	4.740	N = 680
	between		0.620	1.334	4.316	n = 85
	within		0.251	1.285	3.801	T = 8
Inf	overall	-0.002	0.082	-0.716	0.498	N = 680
	between		0.015	-0.048	0.047	n = 85
	within		0.080	-0.696	0.471	T = 8
Ln Apertura	overall	4.050	0.678	2.143	6.044	N = 680
	between		0.574	2.853	5.562	n = 85
	within		0.366	2.710	5.664	T = 8
Ln Gasto	overall	2.283	0.562	0.103	3.860	N = 680
	between		0.506	1.111	3.476	n = 85
	within		0.250	0.979	3.503	T = 8

Fuente: Elaboración propia con el uso de Stata 12.0.

## Apéndice D

### Correlaciones

ECONOMÍAS DESARROLLADAS								
	tasa de cre. PTF	Primaria (-1)	Secundaria (-1)	Terciaria (-1)	Ln Distancia (-1)	Inflación	Ln Apertura	Ln Gasto
g	1							
Prim (-1)	0.1267	1						
Sec (-1)	0.5926	0.3207	1					
Terc (-1)	0.4778	0.3716	0.7911	1				
Ln DF (-1)	0.8074	-0.0062	0.2991	0.2099	1			
Inf	0.0408	-0.0497	-0.1109	-0.0868	0.0442	1		
Ln Apertura	0.394	-0.0501	0.1832	0.0289	0.1573	-0.0278	1	
Ln Gasto	0.0217	0.1	0.0565	-0.019	0.1608	-0.047	-0.0326	1

ECONOMÍAS EN DESARROLLO								
	tasa de cre. PTF	Primaria (-1)	Secundaria (-1)	Terciaria (-1)	Ln Distancia (-1)	Inflación	Ln Apertura	Ln Gasto
g	1							
Prim (-1)	0.1267	1						
Sec (-1)	0.5926	0.3207	1					
Terc (-1)	0.4778	0.3716	0.7911	1				
Ln DF (-1)	0.8074	-0.0062	0.2991	0.2099	1			
Inf	0.0408	-0.0497	-0.1109	-0.0868	0.0442	1		
Ln Apertura	0.394	-0.0501	0.1832	0.0289	0.1573	-0.0278	1	
Ln Gasto	0.0217	0.1	0.0565	-0.019	0.1608	-0.047	-0.0326	1

Fuente: Elaboración propia con el uso de Stata 12.0.



# **Efectos y dinámicas financieras en el crecimiento económico vía fondos de pensiones**

**Walter Morales Carrasco**

## **Resumen**

Entre las reformas realizadas en muchos países en desarrollo, se asumía que los fondos de pensiones potenciaban el desarrollo del sistema financiero, y por ende, el crecimiento económico. Sin embargo, la evidencia empírica y el estudio de las relaciones existentes en estas dinámicas siguen siendo escasos. En el presente documento, planteamos la modelización y solución a problemas que limitan este tipo de estudios a través de diferentes especificaciones, incluyendo modelizaciones que capturan no linealidades y que confirman la robustez de la aportación. El efecto positivo de los fondos de pensiones sobre el crecimiento, está condicionado por el nivel de desarrollo del sistema financiero: mercados de valores, banca, y el nivel de negociación de la deuda pública. Asimismo, evidenciamos que precisamente los fondos de pensiones contribuyen al desarrollo del sistema financiero, como también la existencia de relaciones de magnitud y umbrales, cuya consideración permitiría hacer más eficaces las políticas públicas.

**Clasificación JEL:** *E44, G23, O11, O160*

**Palabras Clave:** *Mercados financieros, fondos de pensiones, reformas, crecimiento económico*

# **Spillover financial dynamics on growth with pension funds**

**Walter Morales Carrasco**

## **Abstract**

Considering carried out reforms in many developing countries, it was assumed that pension funds could improve financial system and therefore economic growth. Nevertheless, empirical evidence and the study of existing relationships in these dynamic remain scarce. The present document proposes the modeling and solution to problems that limit these studies through different specifications, including the capture of nonlinearities, confirming the robustness of this contribution. The positive effect of pension funds on growth is conditioned by the level of development of the financial system: securities market, banking, and the level of public debt trading. It is also demonstrated that, precisely, it is the pension funds that contribute to the development of the financial system, as well as the existence of magnitude relationships and thresholds, which consideration would make public policies more effective.

**JEL Classification:** *E44, G23, O11, O160*

**Keywords:** *Financial markets, pension funds, reforms, economic growth*

# **Efectos y dinámicas financieras en el crecimiento económico vía fondos de pensiones**

**Walter Morales Carrasco\***

---

\* Correo electrónico de contacto: [wmorales@netcoag.com](mailto:wmorales@netcoag.com).

Se agradecen los aportes realizados, especialmente a Fernando Ubeda Mellina (Universidad Autónoma de Madrid) y Javier Barbero Jiménez (Centro de Investigación Conjunta de la Unión Europea). Los errores y omisiones que pudieran existir son de entera responsabilidad del autor.

Contact info: [wmorales@netcoag.com](mailto:wmorales@netcoag.com). The author wants to thank for the insights and comments received, especially those from Fernando Ubeda Mellina (Autonomous University of Madrid) and Javier Barbero Jimenez (Joint Research Centre, European Commission). Errors and omissions that may exist are the sole responsibility of the author.

## RESUMEN

Entre las reformas realizadas en muchos países en desarrollo, se asumía que los fondos de pensiones potenciaban el desarrollo del sistema financiero, y por ende, el crecimiento económico. Sin embargo, la evidencia empírica y el estudio de las relaciones existentes en estas dinámicas siguen siendo escasos. En el presente documento, planteamos la modelización y solución a problemas que limitan este tipo de estudios a través de diferentes especificaciones, incluyendo modelizaciones que capturan no linealidades y que confirman la robustez de la aportación. El efecto positivo de los fondos de pensiones sobre el crecimiento, está condicionado por el nivel de desarrollo del sistema financiero: mercados de valores, banca, y el nivel de negociación de la deuda pública. Asimismo, evidenciamos que precisamente los fondos de pensiones contribuyen al desarrollo del sistema financiero, como también la existencia de relaciones de magnitud y umbrales, cuya consideración permitiría hacer más eficaces las políticas públicas.

**Clasificación JEL:** *E44, G23, O11, O160*

**Palabras Clave:**  *Mercados financieros, fondos de pensiones, reformas, crecimiento económico*

# Spillover financial dynamics on growth with pension funds

## ABSTRACT

Considering carried out reforms in many developing countries, it was assumed that pension funds could improve financial system and therefore economic growth. Nevertheless, empirical evidence and the study of existing relationships in these dynamic remain scarce. The present document proposes the modeling and solution to problems that limit these studies through different specifications, including the capture of nonlinearities, confirming the robustness of this contribution. The positive effect of pension funds on growth is conditioned by the level of development of the financial system: securities market, banking, and the level of public debt trading. It is also demonstrated that, precisely, it is the pension funds that contribute to the development of the financial system, as well as the existence of magnitude relationships and thresholds, which consideration would make public policies more effective.

**JEL Classification:** *E44, G23, O11, O160*

**Keywords:** *Financial markets, pension funds, reforms, economic growth*

## I. Introducción

Durante la primera mitad del siglo pasado, sistemas de pensiones dirigidos y administrados por los gobiernos, se extendieron por todo el mundo. Sin embargo, las promesas de beneficios definidos y las responsabilidades implícitas crecieron a un ritmo mucho mayor que las reservas acumuladas para respaldarlas (Schmidt-Hebbel, 1998). Por esto, Latinoamérica y Europa del Este iniciaron, en las últimas tres décadas, reformas tendientes a un cambio de modelo, que pasó de la administración y sistema de financiación de las pensiones vía estatal, a otro de corte privado.

Dicho cambio de diseño y modelo de gestión, incluía el concepto fundamental de un esquema autofinanciado y autosostenible. Este nuevo sistema, denominado de cuentas individuales o también conocido como contribuciones definidas<sup>1</sup>, en el cual cada trabajador resulta responsable de su propio futuro, ahorrando para su propia jubilación, se basaba en una administración privada, con el argumento de ser más eficiente, aislada de la presión política y de la utilización de recursos de los aportantes con otros fines.

Adicionalmente, al cambio de esquema del anterior sistema de reparto o beneficios definidos (*pay as you go* – *PAYG*)<sup>2</sup>, se incluyeron otros favorables aditamentos, como la exigencia de rendimientos, calidad de servicio, y principalmente incorporaba al Estado en una función de supervisor.

Estas reformas fueron principalmente alentadas por organismos internacionales, como forma de evitar los problemas que se empezaban a enfrentar o vislumbrar, como los de carácter demográfico<sup>3</sup>, financiero-actuariales y su consecuente impacto fiscal, y en el crecimiento económico (The World Bank, 1994), sin dejar de mencionar los negativos antecedentes de la administración estatal fallida (Diamond, 1996; Bonilla y Conte-Grand, 1998). De hecho, dichas reformas buscaban reforzar la sostenibilidad de largo plazo, y al mismo tiempo, otorgar un creciente rol a los fondos de pensiones, bajo la idea de

---

1 También llamado de "cuentas individuales" o "capitalización individual".

2 En el cual los trabajadores activos financian a los pasivos.

3 Incremento de la expectativa de vida, disminución de tasas de natalidad, envejecimiento de la población, y cambios en la densidad urbana-rural, entre otros.

que la acumulación de activos, incentivaría el ahorro agregado, los mercados de capitales domésticos y, a través de estos canales, el crecimiento económico.

En tal sentido, los gobiernos atrajeron actores privados, principalmente extranjeros (Inversión Directa Extranjera - IDE), para que con su conocimiento en la gestión de fideicomisos de los trabajadores e invirtiendo esos recursos a través de mercados financieros autorizados, pudieran llevar a cabo tal cometido en este tipo de reformas (Brooks, 2007). Cabe señalar, que la administración de los fondos de pensiones fue encargada fundamentalmente a grupos financieros multinacionales, dentro de la línea de los gobiernos de atraer IDE que generase beneficios en conocimientos y eficiencia. Por ende se asumió que, tanto la existencia como las externalidades generadas por el funcionamiento de los fondos de pensiones, deriven también en desarrollos de los mercados financieros (Hermes y Lensink, 2003).

Sin embargo, los estudios son escasos, y los existentes, heterogéneos en hallazgos y metodología (Thomas y Spataro, 2014), por lo que planteamos especificaciones que contribuyan a enlazar tales planteamientos con la evidencia generada.

En tal sentido, incorporamos en la metodología, un vector de desarrollo de los mercados financieros como variable moderadora del crecimiento, incluyendo variables de mercados bursátiles, banca y deuda pública, aproximando las realidades prácticas de inversión de los fondos de pensiones para capturar las externalidades y dinámicas existentes. Dado que existe mayor evidencia del impacto, tanto de los fondos de pensiones sobre los mercados financieros (Walker y Lefort, 2002; Impavido et al., 2003; Raddatz y Schmulker, 2008), como de estos últimos en el crecimiento (Zhang et al., 2012; Hsueh et al., 2013; Jayaratne y Strahan, 2016), cuyas relaciones y comportamientos serían también no lineales (Beck et al., 2014 y Law y Singh, 2014).

Hemos utilizado una muestra de 22 países en desarrollo que encararon similares reformas en el periodo 1981-2014, en base a fuentes usuales en la literatura, y una exhaustiva revisión de otras oficiales, como aporte adicional, dada la limitación de datos existente, más aun considerando lo novel de las reformas.

Los resultados nos muestran que los fondos de pensiones, sí tienen un efecto positivo sobre el crecimiento a través de variables moderadoras, como el desarrollo del mercado financiero. Asimismo, las relaciones de magnitud no lineales encontradas, permiten inferir la existencia de umbrales en estas dinámicas.

## II. Revisión de la literatura

La reforma del sistema de pensiones puede tener un considerable impacto en el desarrollo del sistema financiero y en el crecimiento económico (Agénor, 2004; Edwards, 2008). El estímulo del ahorro que pueden provocar los fondos de pensiones podría incentivar tanto a los mercados financieros como al crecimiento económico (Barr y Diamond, 2009).

En relación a los efectos sobre el crecimiento económico, se debe mencionar que los fondos de pensiones permitirían generar una corriente de ahorros que dinamizaría los mercados financieros, favorecerían el mercado laboral, la productividad de los factores, y finalmente estimularía el crecimiento (Holzman, 1998). Concretamente, Corbo y Schmidt-Hebbel (2003), para el caso chileno<sup>4</sup>, han estimado que la reforma de pensiones ha generado entre 0,4% y 0,9% de crecimiento anual del PIB, en el periodo 1982 y 2002. Sin embargo, Zandberg y Spierdijk (2013) no logran identificar una relación entre desarrollo de los fondos de pensiones y crecimiento económico en diversos países, pues obtienen resultados mixtos en función de la metodología utilizada. Por otro lado, Hu (2005) evidencia la existencia de una relación negativa en el corto plazo, y positiva en el largo plazo, aunque estadísticamente no muy robusta, por las limitaciones de datos y heterogeneidad de características entre países. Asimismo, Thomas y Spataro (2014) realizan una revisión de la evidencia disponible acerca de los efectos de las reformas del sistema de pensiones sobre los mercados financieros, así como sobre el crecimiento económico. Entre sus conclusiones, hacen énfasis en las limitaciones de datos como también en la heterogeneidad de metodologías y resultados en general.

Considerando lo anterior, los hallazgos incluyen: evidencia de innovación financiera, reducción del costo de capital para las empresas, menor volatilidad en el precio de los valores, incremento de volúmenes

---

4 Caso de mayor data.



transados; no se ha observado reducción en la intermediación financiera bancaria, pero sí algunas implicaciones en el crecimiento económico, coincidiendo con Walker y Lefort (2002).

Como señalan Sun y Hu (2015), el impacto de los fondos de pensiones en los mercados financieros sería grande y fuerte, desde el punto de vista cuantitativo, por el incremento en la provisión de capital, especialmente para el financiamiento de largo plazo. Además, resulta relevante destacar que encuentran dicha evidencia relacionada a los orígenes legales, tal como fuera propuesto por La Porta et al. (1999): diversos orígenes legales pueden condicionar el desarrollo financiero.

Al igual que la existencia del observado efecto de largo plazo, según Enache et al. (2015), los resultados confirman también la existencia de un fuerte efecto positivo en el corto plazo, aunque menor en la capitalización de mercado. Asimismo, se evidencia una causalidad negativa de los fondos de pensiones sobre la liquidez del mercado de renta variable, que se encuentra ligada a su perfil de largo plazo, al privilegiar estrategias de colocación de recursos sobre las de negociación de instrumentos (Brida y Seijas, 2015), lo que reduce la volatilidad del mercado.

En tal sentido, desde el punto de vista cualitativo, existirían condiciones necesarias y recomendables para que el mercado financiero se desarrolle de mejor forma. Por tal motivo, Lee y Chang (2009) encuentran evidencia que ratifica la fuerte relación de largo plazo antes mencionada. Incluso, el desarrollo financiero tendría un efecto mayor en el crecimiento del que tiene la IDE, conexión relevante, dado que la gestión de los fondos de pensiones en este tipo de reformas, se encargó principalmente a grupos multinacionales, buscando derrame de conocimientos y eficiencias, generando un círculo virtuoso.

Por tanto, el desarrollo de los mercados financieros locales constituye una importante precondition para un positivo impacto de la IDE en el crecimiento (Alfaro et al., 2004), puesto que aunque ésta juega un ambiguo rol en contribuir al crecimiento económico, el contar con mercados profundos y desarrollados, influye positivamente en los resultados de forma significativa. La evidencia indicaría que los países con mercados mejor desarrollados, tienden a atraer considerablemente más IDE.

En esa línea, Azman-Saini et al. (2010) verifican el impacto positivo de la IDE en el crecimiento, solo después de que el desarrollo financiero excede cierto umbral. Es así que los resultados obtenidos por Reece y Sam (2012) indican que la privatización de las pensiones ha propiciado un notorio incremento de los flujos de IDE y que dicho efecto no varía en el tiempo. Tal incremento, con privatización completa de las pensiones, llega hasta un 57% del PIB, *ceteris paribus*.

Por tanto, el impacto de los fondos de pensiones sobre el mercado financiero estaría condicionado por ciertas características institucionales y económicas, como el nivel de desarrollo de partida que se tenía o la magnitud de los fondos (Dayoub y Lasagabaster, 2008).

Otro problema metodológico, también aun en debate en los estudios, aunque prácticamente inexistente en relación a la dinámica con fondos de pensiones, se encuentra referido a la causalidad de las variables de mercados financieros y su direccionalidad. Existiría una relación bidireccional entre fondos de pensiones y el desarrollo de los mercados financieros, según Raddatz y Schmukler (2008); en tanto que Hryckiewicz (2009) y Kim (2008) están entre los que concluyen más bien que los fondos de pensiones generan desarrollo en el mercado financiero, por lo que no existe consenso sobre la verificación de los canales y efectos que interactúan, resultando necesario profundizar sobre estas dinámicas y problemas por sospecha de endogeneidad.

### III. Muestra y variables utilizadas

Al igual que la principal literatura relevante y reciente en este ámbito, hemos utilizado la Base de Datos de Estructura Financiera del Banco Mundial y otras fuentes oficiales para el periodo 1981 - 2014 para 22 países<sup>5</sup>, cuyo principal sistema de pensiones es el de la capitalización individual con corte de administración privada, de acuerdo a la base de datos de la FIAP<sup>6</sup>.

Como es usual en este tipo de relación de los componentes del crecimiento, utilizamos variables rezagadas tanto para el PIB per cápita

---

5 Ver Apéndice A para la lista de países utilizados. La muestra inicial estaba compuesta por 29 países, habiéndose eliminado atípicos en función a desviaciones por *clúster* en evaluaciones por DF Betas y Leverage.

6 Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones.

(convergencia condicional), como para los fondos de pensiones, con el objeto de evitar el potencial sesgo por endogeneidad.

La descripción detallada de las variables utilizadas se encuentra en la Tabla 1 siguiente.

**Tabla 1: DESCRIPCIÓN DE VARIABLES**

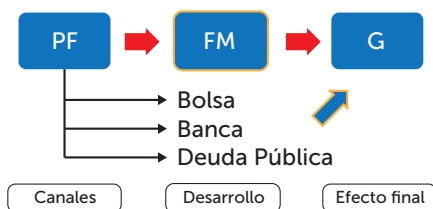
Nombre	Descripción	Fuente	Nombre original fuente
GDPpc	PIB per cápita a precios constantes (base 2005, dólares)	WDI	NY.GDP.PCAP.KD
Pop	Crecimiento poblacional (%)	WDI	SP.POP.TOTL
Invest	Formación Bruta de Capital Fijo (% PIB)	WDI	NE.GDI.TOTL.ZS
Gov	Gasto del gobierno (% PIB)	WDI	NE.CON.GOVT.ZS
Debt	Deuda Pública, total (% PIB)	WDI	GC.DOD.TOTL.GD.ZS
Schooling	Escolaridad – Promedio de años educación secundaria*	B&L	yr_sch_sec
PF	Portafolio de los fondos de pensiones (% PIB)	WBFS	GFDDDI13
SMCAP	Capitalización bursátil a PIB (%) **	WBFS	GFDDDM01
SMTRAD	Valor de mercado transado a PIB (%) **	WBFS	GFDDDM02
CREDIT	Cartera de créditos sector bancario a PIB (%) **	WBFS	GFDDDI01
DEPOSITS	Depósitos de Sistema Financiero a PIB (%) **	WBFS	GFDDDI08

Fuentes y Notas aclaratorias: WDI: World Development Indicators (Banco Mundial): <http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators>; WBFS: Estadísticas Financieras del Banco Mundial, B&L: Barro and Lee: <http://www.barrolee.com/>. \*Crecimiento Poblacional calculado utilizando la variable población total de la base de datos de origen. \*\*Variables que conforman el vector financiero que mide desarrollo en este ámbito.

## IV. Metodología

Analizamos el papel moderador del sistema financiero en el impacto de la reforma de los fondos de pensiones sobre el crecimiento económico. El Diagrama 1 resume la hipótesis y causalidades propuestas.

**Diagrama 1: LOS MERCADOS FINANCIEROS COMO VARIABLE MODERADORA DEL IMPACTO DEL DESARROLLO DE LOS FONDOS DE PENSIONES SOBRE EL CRECIMIENTO ECONÓMICO.**



Fuente: Elaboración propia

Nota. PF: Fondos de Pensiones; FM: Mercados Financieros (vector moderador); G: Crecimiento Económico. Bolsa: variables de mercados bursátiles; Banca: variables de depósitos y créditos del sistema bancario.

Hemos revisado modelos lineales, y como contrastación, modelos que capturan no linealidades que también explican y confirman la dinámica existente en la conexión de los mercados financieros con el crecimiento, de acuerdo al planteamiento de Pradhan et al. (2014).

Se parte del modelo de crecimiento económico de Mankiw et al. (1992)<sup>7</sup>, al que incorporamos el efecto del tamaño de los fondos de pensiones, en lugar de la entrada de inversión directa exterior, y el desarrollo del sistema financiero (Azman-Saini et al., 2010). En este sentido, aquí estamos hablando de conceptos de eficiencia y optimización en una relación contingente de diversos factores en el crecimiento, como son los mercados financieros y el aprovechamiento de las externalidades generadas por los fondos de pensiones. Por ello proponemos la siguiente ecuación estructural de partida:

$$\ln(Y_{it}) = \beta_0 + \beta_1 + \ln X_{it} + \beta_2 \ln(PF_{i,t-1}) + \beta_3 \ln(FIN_{it}) + \mu_i + v_{it} \quad (1)$$

donde<sup>8</sup>  $Y_{it}$  es el crecimiento del  $GDPpc_{it}$ , en tanto que  $X_{it}$  es el vector de las variables de control,  $FIN_{it}$  es el vector de variables que miden el nivel de desarrollo del sistema financiero,  $\mu_i$  es el efecto fijo de las economías<sup>9</sup>, en tanto que  $v_{it}$  el término de error.

7 Para la variable 'crecimiento poblacional', hemos utilizado logaritmos, agregando la constante 0,05 como ratio de convergencia para todos los países, como es usual en la literatura y estudios previos. Para mayores detalles, ver Barro y Sala-i-Martin (2004).

8 Todas las variables se encuentran expuestas en logaritmos, como porcentaje del PIB.

9 Los trabajos de Meng y Pfau (2010), Kim (2008) y Sun y Hu (2015) utilizan efectos fijos para identificar la realidad diferenciada y permanente de cada una de las economías analizadas.

Sobre la consistencia del modelo, hemos verificado que regresiones con errores estándar robustos a heteroscedasticidad, en niveles para paneles no balanceados, con efectos fijos por sobre efectos aleatorios, confirmados por el test de Hausman, resultarían el mejor método para capturar la dinámica planteada.

Adicionalmente, se ha realizado un test de causalidad bilateral de Granger, entre fondos de pensiones y desarrollo financiero, basados en Zhang et al. (2012), no habiéndose encontrado resultados significativos en términos de países observados, aunque sí encontramos evidencia de que los fondos de pensiones generarían desarrollo financiero en algunos países. Para evitar problemas econométricos, no utilizamos dichas variables en forma conjunta en ninguna de las ecuaciones estimadas.

Se ha implementado el test de Wooldridge para autocorrelación en paneles (Drukker, 2003; Wooldridge, 2002), habiéndose rechazado la hipótesis nula de no autocorrelación en nuestros modelos, a niveles convencionales. Consecuentemente, aplicamos el procedimiento de Prais–Winsten<sup>10</sup> para corregir dicha autocorrelación (Prais and Winsten, 1954; Greene, 2012).

Como se puede apreciar en la Tabla 2, no existe elevada correlación entre las variables seleccionadas, excepto en las financieras, que han sido incorporadas en los modelos por separado, para evitar problemas de multicolinealidad.

---

10 Hemos trabajado con paneles en los cuales existe autocorrelación de primer orden y el coeficiente del proceso AR(1) es específico a cada uno al realizar cálculos de series temporales.

**Tabla 2: CORRELACIONES**

	GDPpct <sub>t-1</sub>	Pop	Invest	Gov	Debt	Schooling	PF	SMCAP	SMTRAD	CREDIT	DEPOSITS
GDPpct <sub>t-1</sub>	1										
Pop	-0.3254	1									
Invest	0.2535	-0.1779	1								
Gov	0.2679	-0.4431	0.4702	1							
Debt	0.2922	-0.5845	0.1072	0.2944	1						
Schooling	0.0885	0.4357	-0.2689	-0.2842	-0.4476	1					
PF	-0.2258	0.036	-0.3854	-0.5072	0.1142	0.0323	1				
SMCAP	-0.0334	0.2393	0.1775	0.1015	-0.1848	0.1788	-0.3016	1			
SMTRAD	0.1769	0.082	0.4406	0.2228	-0.0356	-0.0644	-0.3047	0.7799	1		
CREDIT	0.2345	-0.2173	0.2863	0.1856	0.3254	0.1628	-0.2625	0.2074	0.0904	1	
DEPOSITS	0.218	-0.1279	0.1802	-0.109	0.1559	0.1794	0.0478	0.1321	0.0577	0.7561	1

Las estimaciones se han realizado a partir de modelos en los que se incluyen interacciones entre las variables financieras y la variable retardada de PF, así como los cuadrados de las mismas, para capturar efectos no lineales, por lo que incorporamos también a la ecuación (1) anterior, el producto de PF con las variables destino de inversión<sup>11</sup> como sigue:

$$\ln(Y_{it}) = \beta_0 + \beta_1 \ln X_{it} + \beta_2 \ln(PF_{i,t-1}) + \beta_3 \ln(FIN_{it}) + \beta_4 \ln(FIN_{it})^2 + \beta_5 \ln(PF_{i,t-1}) \ln(FIN_{it}) + v_{it} + \mu_i \quad (2)$$

En este modelo completo, el efecto marginal de PF sobre el crecimiento no es únicamente su coeficiente estimado, sino que también depende de cuál sea el valor de PF, así como del valor de las variables financieras con las que esté interaccionado. El efecto marginal se calcula como la derivada parcial de  $\ln(Y_{it})$  con respecto a  $\ln(PF_{i,t-1})$ :

$$\frac{\ln(Y_{it})}{\ln(PF_{i,t-1})} = \beta_2 + \beta_5 \ln(FIN_{it})$$

Los efectos marginales de las diferentes variables financieras, se calculan de forma análoga como la derivada parcial de (2) con respecto al logaritmo de la variable financiera.

11 Según el modelo estimado, se incluyen o se excluyen diferentes combinaciones. Asimismo, la ecuación 2, considera en forma excluyente cuadrados o interacciones.

## V. Resultados

De acuerdo a lo expuesto en la Tabla 2, hemos generado especificaciones en panel. Este tipo de modelos es preferido también en la literatura, más aun si se tiene un *set* previamente seleccionado (Baltagi, 2008), confirmado también para el sector financiero, según Owen y Temesvary (2014) en este caso, lo más homogéneo posible, de acuerdo a los procedimientos y heurística de selección muestral anteriormente descritos.

En primer lugar, como se observa en los diversos modelos generados, las variables de control tienen el efecto esperado sobre el crecimiento económico.

En segundo lugar, hemos aislado los efectos, tanto de PF como de Bolsa y Banca (destinos de las inversiones de los PF), evidenciando en los modelos 1 al 7 (Tabla 3), que resultan negativos o no significativos, lo cual pudiera ser indicativo de que los PF requieren un canal (FM), entendido como Banca y Mercado Bursátil de Valores<sup>12</sup> para propagar relevantes y positivas externalidades, y mejor si éste resulta eficiente, incluso en contextos de liberalización e institucionalidad, tal como describen Stiglitz (2000) y Hasan et al. (2009).

---

12 Que resulta en otro aporte de la presente investigación, puesto que los estudios tienden a concentrarse de manera excluyente en uno u otro.

Tabla 3: VARIABLES/MODELOS 1 - 7

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
<i>GDPpc<sub>t-1</sub></i>	-0.181* (0.0934)	-0.175** (0.0888)	-0.132** (0.0635)	-0.111* (0.0649)	-0.156* (0.0826)	-0.143* (0.0767)	-0.277*** (0.0893)
<i>Pop</i>	-1.447*** (0.345)	-1.426*** (0.335)	-1.205*** (0.288)	-1.223*** (0.309)	-1.514*** (0.281)	-1.690*** (0.302)	-1.533*** (0.328)
<i>Invest</i>	1.377*** (0.283)	1.360*** (0.277)	1.465*** (0.228)	1.679*** (0.247)	1.390*** (0.248)	1.637*** (0.230)	1.318*** (0.259)
<i>Schooling</i>	0.0877 (0.176)	0.0825 (0.176)	0.348*** (0.131)	0.302** (0.145)	0.211 (0.131)	-0.0320 (0.148)	0.149 (0.162)
<i>Gov</i>	-0.766*** (0.265)	-0.771*** (0.259)	-0.787*** (0.236)	-0.755*** (0.276)	-0.615** (0.242)	-0.681*** (0.250)	-0.673** (0.264)
<i>PF</i>	-0.00794 (0.0394)						
<i>PF<sup>2</sup></i>		0.00179 (0.00327)					
<i>SMCAP</i>			-0.124*** (0.0309)				
<i>SMTRAD</i>				-0.0761*** (0.0187)			
<i>CREDIT</i>					-0.241 (0.146)		
<i>DEPOSITS</i>						-0.502*** (0.117)	
<i>Debt</i>							-0.0841 (0.0597)
Constant	-5.278*** (1.485)	-5.325*** (1.454)	-3.550*** (1.294)	-3.907** (1.602)	-4.052*** (1.366)	-4.424*** (1.440)	-4.508*** (1.413)
Observations	278	278	238	236	257	269	241
R-squared	0.604	0.604	0.647	0.658	0.606	0.611	0.608

Nota: Errores estándar en paréntesis. \*\*\*, \*\* y \* denotan significancias al 1%, 5% y 10% respectivamente. Las regresiones Prais-Winsten con errores estándar corregidos por panel, asumiendo una estructura de autocorrelación AR1 específica de panel, calculada usando autocorrelación de series de tiempo.

Asimismo, en diversas combinaciones lineales en los modelos 8 al 11 (Tabla 4), confirmamos que Bolsa y Banca pueden incluso afectar negativamente al crecimiento, concordante con Andini y Andini (2014), lo cual se explicaría por la muestra de países en desarrollo que tenemos, en los que la existencia de su FM *per se*, no es condición suficiente para beneficiar al crecimiento, incluyendo elementos adicionales como las características en las cuales se ponen a disposición los recursos financieros en estos países para que la economía los utilice -como ser plazos o tasas de interés, restricción crucial-, tal como lo plantearan Jayaratne y Strahan (1996).



**Tabla 4: VARIABLES/MODELOS 8 - 11**

	(8)	(9)	(10)	(11)
<i>GDPpc<sub>t-1</sub></i>	-0.128** (0.0637)	-0.129** (0.0637)	-0.124** (0.0596)	-0.121** (0.0610)
<i>Pop</i>	-1.366*** (0.272)	-1.484*** (0.272)	-1.385*** (0.278)	-1.512*** (0.291)
<i>Invest</i>	1.430*** (0.200)	1.605*** (0.224)	1.692*** (0.220)	1.849*** (0.233)
<i>Schooling</i>	0.201 (0.131)	0.0436 (0.162)	0.144 (0.146)	-0.0344 (0.174)
<i>Gov</i>	-0.602** (0.243)	-0.728*** (0.252)	-0.535* (0.273)	-0.710** (0.282)
<i>SMCAP</i>	-0.0740** (0.0355)	-0.0556 (0.0382)		
<i>SMTRAD</i>			-0.0594*** (0.0179)	-0.0557*** (0.0186)
<i>CREDIT</i>	-0.316** (0.139)		-0.355*** (0.126)	
<i>DEPOSITS</i>		-0.438*** (0.148)		-0.454*** (0.137)
<i>Debt</i>	-0.0913 (0.0587)	-0.0496 (0.0515)	-0.105* (0.0597)	-0.0572 (0.0517)
Constant	-3.379*** (1.308)	-3.894*** (1.366)	-3.236** (1.484)	-4.012** (1.637)
Observations	203	212	200	209
R-squared	0.680	0.703	0.687	0.710

Nota: Errores estándar en paréntesis. \*\*\*, \*\* y \* denotan significancias al 1%, 5% y 10% respectivamente. Las regresiones Prais-Winsten con errores estándar corregidos por panel, asumiendo una estructura de autocorrelación AR1 específica de panel, calculada usando autocorrelación de series de tiempo.

Precisamente, cuando utilizamos como prueba de robustez, modelos con interacciones y cuadrados, se profundizan los resultados antes descritos. En los modelos 12 al 15 (Tabla 5), vemos que para estos países, ciertas variables bancarias específicas del vector FM como el crédito y los depósitos en magnitudes no exageradas (efecto tamaño, según describen Beck et al, 2014 y Law y Singh, 2014) son beneficiosas, en tanto que la situación inversa, resulta perjudicial, no solamente por la sub óptima utilización, sino también por posibles efectos inflacionarios y de sobrevaloración, ampliamente vistos en la literatura (Koivu, 2002).

**Tabla 5: VARIABLES/MODELOS 12 - 15**

	(12)	(13)	(14)	(15)
<i>GDPpc</i> <sub>t-1</sub>	-0.173*** (0.0575)	-0.0832 (0.0578)	-0.120* (0.0650)	-0.126** (0.0563)
<i>Pop</i>	-1.802*** (0.259)	-1.400*** (0.256)	-1.468*** (0.257)	-1.665*** (0.283)
<i>Invest</i>	1.618*** (0.198)	1.786*** (0.250)	1.352*** (0.233)	1.837*** (0.231)
<i>Schooling</i>	0.0242 (0.151)	0.322** (0.133)	0.406*** (0.114)	0.0987 (0.162)
<i>Gov</i>	-0.553** (0.257)	-0.696*** (0.240)	-0.611** (0.238)	-0.774*** (0.251)
<i>SMCAP</i>	-0.411*** (0.0760)		-0.270*** (0.0816)	
<i>SMTRAD</i>		-0.0719*** (0.0203)		-0.0431** (0.0195)
<i>CREDIT</i>		0.973 (0.909)	1.330 (0.947)	
<i>DEPOSITS</i>	2.312** (1.065)			2.318** (1.089)
<i>SMCAP</i> <sup>2</sup>	0.0864*** (0.0189)		0.0495*** (0.0188)	
<i>DEPOSITS</i> <sup>2</sup>	-0.445*** (0.158)			-0.433*** (0.165)
<i>SMTRAD</i> <sup>2</sup>		-0.00110 (0.00564)		0.0126** (0.00626)
<i>CREDIT</i> <sup>2</sup>		-0.194 (0.136)	-0.243* (0.143)	
Constant	-8.051*** (1.989)	-5.287** (2.151)	-5.724*** (2.073)	-8.445*** (2.314)
Observations	238	226	229	235
R-squared	0.735	0.671	0.711	0.703

Nota: Errores estándar en paréntesis. \*\*\*, \*\* y \* denotan significancias al 1%, 5% y 10% respectivamente. Las regresiones Prais-Winsten con errores estándar corregidos por panel, asumiendo una estructura de autocorrelación AR1 específica de panel, calculada usando autocorrelación de series de tiempo.

Ahora bien, al revisar las interacciones de PF con FM y Debt (modelos 16 a 19 – Tabla 6), sí encontramos la validación de efectos favorables al crecimiento, que resulta indicativo de que los PF generan dichos beneficios a través de tales canales FM, e incluso que estos últimos resultan más beneficiosos para los PF, como confirmáramos a través de las causalidades de Granger. Esto implica que los PF generan

también desarrollo financiero, no solo en volúmenes transados, sino en profundización, puesto que incentivan la sofisticación y eficiencia de los actores en el FM, dado que al tener fondos en administración delegada y regulada, los gestores privados deben actuar con diligencia, por lo que las exigencias para invertir tienden a ser mayores con ellos.

**Tabla 6: VARIABLES/MODELOS 16 - 19**

	(16)	(17)	(18)	(19)
<i>GDPpc</i> <sub>t-1</sub>	-0.265*** (0.0607)	-0.162*** (0.0604)	-0.353*** (0.0851)	-0.333*** (0.0889)
<i>Pop</i>	-0.970*** (0.265)	-0.781*** (0.235)	-1.503*** (0.352)	-1.300*** (0.358)
<i>Invest</i>	1.569*** (0.228)	1.735*** (0.267)	1.449*** (0.251)	1.521*** (0.267)
<i>Schooling</i>	0.158 (0.147)	0.122 (0.170)	0.139 (0.145)	0.0318 (0.166)
<i>PF × Debt</i>	0.0381*** (0.0115)	0.00923 (0.00852)	0.0549*** (0.0188)	0.0460*** (0.0156)
<i>PF × SMCAP</i>	0.0389*** (0.0106)			
<i>PF × SMTRAD</i>		0.0230*** (0.00801)		
<i>PF × CREDIT</i>			0.0500*** (0.0160)	
<i>PF × DEPOSITS</i>				0.0409*** (0.0155)
Constant	-0.922 (0.879)	-1.303 (1.103)	-1.864** (0.917)	-1.811* (0.927)
Observations	210	208	221	231
R-squared	0.718	0.685	0.638	0.653

Nota: Errores estándar en paréntesis. \*\*\*, \*\* y \* denotan significancias al 1%, 5% y 10% respectivamente. Las regresiones Prais-Winsten con errores estándar corregidos por panel, asumiendo una estructura de autocorrelación AR1 específica de panel, calculada usando autocorrelación de series de tiempo.

La verificación con interacciones<sup>13</sup> también confirmaría la existencia de umbrales, incluso de tipo institucional, como los descritos por Law et al. (2013). Al respecto, no ha sido posible estimar dichos umbrales para la muestra de países con la que trabajamos, dada la limitación de datos mencionada. Las investigaciones de este tipo usualmente están concentradas en amplia data, principalmente con países desarrollados, lo cual, para el objeto de este estudio no es posible.

13 Asimismo, ha sido posible verificar el efecto de PF en dicha interacción.

Otro hallazgo interesante lo constituye *Debt*, que por sí sola muestra no ser significativa en el *GDPpc*; sin embargo, puede también llegar a ser negativa, concordante con el patrón observado por *Gov*. El sector privado tiende a generar mejores efectos y eficiencias que el sector público, en la utilización de recursos. Sin embargo, es destacable que en este tipo de países, con estructuras noveles y en desarrollo, la deuda pública se haya constituido en elemento importante de captación de recursos y su posterior traslado a la economía, ya sea en inversiones o gasto.

## VI. Conclusiones

Las reformas encaradas por muchos países para mitigar riesgos fiscales y promover el crecimiento a través de los fondos de pensiones de financiación y gestión privada, asumían el desarrollo del mercado financiero, de acuerdo a los planteamientos teóricos, aunque persiste el debate en diversos ámbitos, dada la falta de estudios, así como también las limitantes en datos y lo relativamente reciente de las implementaciones. El presente trabajo utiliza las fuentes descritas en la literatura, complementado con otras oficiales, a efectos de contar con una base de datos que permita generar estimaciones consistentes.

El principal aporte permite confirmar que los fondos de pensiones por sí solos, no tendrían efectos en el crecimiento, sino que requieren de canales en el mercado financiero para alojar las inversiones, puesto que también un hallazgo importante es que tanto Bolsa, Banca y Deuda Pública, pueden incluso afectar negativamente al crecimiento. También es factible afirmar que los fondos de pensiones contribuyen al desarrollo de los mercados financieros dado que, al tener fondos en administración delegada y regulada, los gestores privados deben actuar con diligencia, por lo que las exigencias para invertir tienden a ser mayores con ellos.

Asimismo, ha sido posible verificar efectos de magnitud en variables como el crédito y los depósitos que, en volúmenes no exagerados, pueden resultar beneficiosos; en tanto que en la situación inversa, llegan a ser negativos, no solamente por la sub óptima utilización, sino también por posibles efectos inflacionarios y de sobrevaloración ampliamente vistos en la literatura. Al mismo tiempo, también para el caso de la Bolsa, resulta relevante a partir de cierto nivel, puesto que un mercado financiero no desarrollado puede ser contraproducente para el crecimiento, dado que los recursos de estos países pudieran ser utilizados más eficazmente en otros ámbitos.

En tal sentido, la verificación con interacciones también confirmaría la existencia de umbrales, incluso de tipo institucional. Puede ser importante concentrarse posteriormente en estimar dichos umbrales, que permitan complementar las dinámicas de los mercados financieros y fondos de pensiones en el crecimiento económico aquí encontradas.

Resulta crucial para los hacedores de política, promover el sistema financiero con las consideraciones antes expuestas (desarrollo amplio para la Bolsa, regulando hasta cierto nivel los volúmenes de la Banca), canales que resultarían más eficientes y beneficiosos que la deuda pública.

## Referencias bibliográficas

AGÉNOR, P.-R. (2004). *The Economics of Adjustment and Growth*, second edition, Harvard University Press, London, England

ALFARO, L., A. CHANDA, S. KALEMLI-OZCAN, S. SAYEK (2004). "FDI and economic growth: the role of local financial markets", *Journal of International Economics*, 64 (1), pp. 89 - 112

ANDINI, M. and C. ANDINI (2014). "Finance, growth and quantile parameter heterogeneity", *Journal of Macroeconomics*, 40, pp. 308 - 322

AZMAN-SAINI, W.N.W., S. H. LAW, A. H. AHMAD (2010). "FDI and economic growth: New evidence on the role of financial markets", *Economics Letters*, 107 (2), pp. 211 - 213

BALTAGI, B. H. (2008). *Econometric Analysis of Panel Data*, fourth edition, John Wiley & Sons Ltd., London, England

BARR, N. and P. DIAMOND (2009). "Reforming pensions: Principles, analytical errors and policy directions", *International Social Security Review*, 62 (2), pp. 5 - 29

BARRO, R. J. and X. SALA-I-MARTIN (2004). *Economic Growth*, second edition, The MIT Press, London, England

BECK, T., H. DEGRYSE, C. KNEER (2014). "Is more finance better? Disentangling intermediation and size effects of financial systems", *Journal of Financial Stability*, 10, pp. 50 - 64

BONILLA, A. y A. H. CONTE-GRAND (Compiladores) (1998). *Pensiones en América Latina. Dos décadas de reforma*, Oficina Internacional del Trabajo, Ginebra, Suiza

BRIDA, J. G. and M. N. SEIJAS (2015). "Pension reforms and incentives to domestic capital markets: a global study", Universidad de la República, Uruguay, Working paper

BROOKS, S. M. (2007). "Globalization and Pension Reform in Latin America", *Latin American Politics and Society*, 49 (4), pp. 31 - 62

CORBO, V. and K. SCHMIDT-HEBBEL “Macroeconomic Effects of the Pension Reform in Chile” in INTERNATIONAL FEDERATION OF PENSION FUND ADMINISTRATORS (2003) *Pension Reforms: Results and Challenges*, Santiago Chile, pp. 241 - 329

DAYOUB, M. and E. LASAGABASTER (2008). “General Trends in Competition Policy and Investment Regulation in Mandatory Defined Contribution Markets in Latin America”, The World Bank, Policy Research Working Paper 4720, September

DIAMOND, P. (1996). “Proposals to Restructure Social Security”, *Journal of Economic Perspectives*, 10 (3), pp. 67 - 88

DRUKKER, D. M. (2003). “Testing for serial correlation in linear panel-data models”, *The Stata Journal*, 3 (2), pp. 168 – 177

EDWARDS, S. (2008). “Globalization, Growth and Crises: The View from Latin America”, NBER Working Paper No. 14034, May

ENACHE, C., L. R. MILOŞ, M. C. MILOŞ (2015). “Pension reform and capital market development in Central and Eastern European countries”, *Economic Research-Ekonomska Istraživanja*, 28 (1), pp. 75 - 84

GREENE, W. H. (2012). *Econometric Analysis*, seventh edition, Prentice Hall, United States of America

HASAN, I., P. WACHTEL, M. ZHOU (2009). “Institutional development, financial deepening and economic growth: Evidence from China”, *Journal of Banking & Finance*, 33 (1), pp. 157 - 170

HERMES, N. and R. LENSINK (2003). “Foreign direct investment, financial development and economic growth”, *The Journal of Development Studies*, 40 (1), pp. 142 – 163

HOLZMANN, R. (1998). “A World Bank Perspective on Pension Reform”, The World Bank, Social Protection Discussion paper No. 9807, December

HRYCKIEWICZ, A. (2009). “Pension reform, institutional investors’ growth and stock market development in the developing countries: does it function?”, National Bank of Poland, Working Paper No. 67

- HSIEH, D. A. (1991). "Chaos and Nonlinear Dynamics: Application to Financial Markets", *The Journal of Finance*, 46 (5), pp. 1839 - 1877
- HSUEH, S.-J., Y.-H. HU, C.-H. TU (2013). "Economic growth and financial development in Asian countries: A bootstrap panel Granger causality analysis", *Economic Modelling*, 32, pp. 294 - 301
- HU, Y. (2005). "Pension Reform, Economic Growth and Financial Development - An Empirical Study", Brunel University, Working paper, March
- IMPAVIDO, G., A. R. MUSALEM, T. TRESSEL (2003). "The Impact of Contractual Savings Institutions on Securities Markets", The World Bank, Policy Research Working Paper 2948, January
- JAYARATNE, J. and P. E. STRAHAN (1996). "The Finance-Growth Nexus: Evidence from Bank Branch Deregulation", *The Quarterly Journal of Economics*, 111 (3), pp. 639 - 670
- KIM, H.-S. (2008). "Spillover Effects of Pension Funds on Capital Markets -The Mechanism and Preconditions", The Bank of Korea, *Economic Papers*, 10 (2), pp. 189 - 223
- KOIVU, T. (2002). "Do efficient banking sectors accelerate economic growth in transition countries?", Bank of Finland, Institute for Economies in Transition, Discussion Paper No. 14
- LA PORTA, R. F. LOPEZ-DE-SILANES, A. SHLEIFER, R. VISHNY (1999). "The quality of government", *The Journal of Law, Economics and Organizations*, 15 (1), pp. 222 - 279
- LAW, S. H. and N. SINGH (2014). "Does too much finance harm economic growth?", *Journal of Banking & Finance*, 41, pp. 36 - 44
- LAW, S. H., W. N. W. AZMAN-SAINI, M. H. IBRAHIM (2013). "Institutional quality thresholds and the finance – Growth nexus", *Journal of Banking & Finance*, 37 (12), pp. 5373 – 5381
- LEE, C.-C. and C.-P. CHANG (2009). "FDI, financial development, and economic growth: international evidence", *Journal of Applied Economics*, 12 (2), pp. 249 - 271



MANKIW, N. G., D. ROMER, D. N. WEIL (1992). "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, 107 (2), pp. 407 – 437

MARTIN, P. and H. REY (2004). "Financial super-markets: size matters for asset trade", *Journal of International Economics*, 64 (2), pp. 335 - 361

MENG, C. and W. D. PFAU (2010). "The Role of Pension Funds in Capital Market Development", National Graduate Institute for Policy Studies (GRIPS) Policy Research Center, Discussion Paper 10-17, October

OWEN, A. L. and J. TEMESVARY (2014). "Heterogeneity in the growth and finance relationship: How does the impact of bank finance vary by country and type of lending?", *International Review of Economics & Finance*, 31, pp. 275 - 288

PRADHAN, R. P., B. M. ARVIN, N. R. NORMAN, Y. NISHIGAKI (2014). "Does banking sector development affect economic growth and inflation? A panel cointegration and causality approach", *Applied Financial Economics*, 24 (7), pp. 465 – 480

PRAIS, S. J. and C. B. WINSTEN (1954). "Trend Estimators and Serial Correlation", Cowles Commission, Discussion Paper Statistics No. 383, February

RADDATZ, C. and S. SCHMUKLER (2008). "Pension Funds and Capital Market Development. How Much Bang for the Buck?", The World Bank, Policy Research Working Paper 4787, December

REECE, C. and A. G. SAM (2012). "Impact of Pension Privatization on Foreign Direct Investment", *World Development*, 40 (2), pp. 291 - 302

SALVADORI, N. (Ed.) (2010). *Institutional and Social Dynamics of Growth and Distribution*, Edward Elgar Publishing Ltd., United Kingdom

SCHMIDT-HEBBEL, K. (1998). "Does Pension Reform Really Spur Productivity, Saving, and Growth?", Central Bank of Chile, Working paper No.33, April

STIGLITZ, J. E. (2000). "Capital Market Liberalization, Economic Growth, and Instability", *World Development*, 28 (6), pp. 1075 - 1086

SUN, S. and J. HU “The impact of pension systems on financial development: an empirical study” in PHILIPSEN, N. and G. XU (Eds.) (2015) *The Role of Law and Regulation in Sustaining Financial Markets*, Routledge, United States of America, pp. 54 - 72

THE WORLD BANK (1994). *Averting the Old Age Crisis: Policies to Protect the Old and Promote Growth*, a World Bank Policy Research Report, Oxford University Press, United States of America

THOMAS, A. and L. SPATARO (2014). “The Effects of Pension Funds on Markets Performance: A Review”, *Journal of Economic Surveys*, 30 (1), pp. 1 - 33

WALKER, E. and F. LEFORT (2002). “Pension Reform and Capital Markets: Are There Any (Hard) Links?”, Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Administración, *Revista Abante*, 5 (2), pp. 77 - 149

WOOLDRIDGE, J. M. (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, first edition, The MIT Press, United States of America

ZANDBERG, E. and L. SPIERDIJK (2013). “Funding of pensions and economic growth: are they really related?”, *Journal of Pension Economics & Finance*, 12 (2), pp. 151 - 167

ZHANG, J., L. WANG, S. WANG (2012). “Financial development and economic growth: Recent evidence from China”, *Journal of Comparative Economics*, 40 (3), pp. 393 - 412

# APÉNDICES

## Apéndice A

### Muestra de países utilizados en las estimaciones

Lista de países	
Argentina	Kazajistán
Bolivia	Letonia
Bulgaria	Lituania
Chile	México
Colombia	Perú
Costa Rica	Polonia
Croacia	República Dominicana
El Salvador	Rusia
Estonia	Eslovaquia
Hungría	Ucrania
India	Uruguay

Los países eliminados, en función a desviaciones por Leverage y DF Betas, como también por falta de información fueron: Hong Kong, Kosovo, Macedonia, Nigeria, Nicaragua, Panamá y Suecia.

## Apéndice B

### Causalidades de Granger (PF -> FIN)

País/Variable	SMCAP	SMTRAD	CREDIT	DEPOSITS
ARGENTINA	0.4447	0.8421	0.0183	0.0062
BULGARIA	0.3842	0.4049	0.0357	0.1757
BOLIVIA	0.6253	0.3037	0.0042	0.3729
CHILE	0.1038	0.1289	0.5959	0.5249
COLOMBIA	0.4316	0.2380	0.9753	0.4330
COSTA RICA	0.2528	0.1597	0.7836	0.4324
REP. DOM.	0.0043	0.0190	0.0461	0.3079
ESTONIA	0.3404	0.6464	0.2981	0.5090
CROACIA	0.7494	0.4358	0.8754	0.2125
HUNGRIA	0.6963	0.7518	0.2543	0.1939
INDIA	0.2849	0.0054	0.3293	0.9440
KAZAJISTÁN	0.5567	0.9156	0.1917	0.7269
LITUANIA	0.0867	0.0362	0.0297	0.3889
LETONIA	0.0105	0.0023	0.0164	0.3511
MÉXICO	0.0937	0.1353	0.6097	0.7000
PERÚ	0.9739	0.0354	0.4715	0.9574
POLONIA	0.0642	0.0192	0.4411	0.8171
RUSIA	0.3747	0.9572	0.6517	0.1533
SALVADOR	0.7740	0.7901	0.0886	0.3796
ESLOVAQUIA	0.0200	0.7807	0.0081	0.1192
UCRANIA	0.3212	0.5253	0.0894	0.6089
URUGUAY	0.8766	0.4696	0.0995	0.6804

# **Análisis del ciclo económico boliviano con modelos Markov-Switching**

**Rolando Einar Paz Rodriguez**

## **Resumen**

La clasificación de fases expansivas y recesivas del ciclo para cualquier economía, suele ser difícil de determinar con claridad. Sin embargo, investigaciones en el marco de los modelos Markov-Switching con cambios de régimen, permiten distinguir los puntos de inflexión con relativa facilidad. En este sentido, se estiman diferentes modelos Markov-Switching para la economía boliviana, con el objeto de caracterizar su ciclo económico a través de la determinación de sus puntos de inflexión y asimetrías.

**Clasificación JEL:** C22, C50, E32, O47

**Palabras Clave:** Ciclos económicos, modelos Markov-Switching

# **Analysis of the Bolivian business cycle with Markov-Switching models**

**Rolando Einar Paz Rodriguez**

## **Abstract**

The classification of expansive and recessive phases of the cycle for any economy is usually difficult to determine clearly. However, research in the framework of Markov-Switching models with regime shifts allow to distinguish inflection points with relative ease. In this sense, different Markov-Switching models are estimated for the Bolivian economy, in order to characterize its business cycle through the determination of inflection points and asymmetries.

***JEL Classification:*** C22, C50, E32, O47

***Keywords:*** Business cycles, Markov-Switching models

# **Análisis del ciclo económico boliviano con modelos Markov- Switching**

**Rolando Einar Paz Rodriguez\***

---

\* Comentarios son bienvenidos a: [einarpaz@gmail.com](mailto:einarpaz@gmail.com) y [rpaz@bcb.gob.bo](mailto:rpaz@bcb.gob.bo).  
El contenido del presente documento es de responsabilidad del autor y no compromete la opinión del Banco Central de Bolivia.

## RESUMEN

La clasificación de fases expansivas y recesivas del ciclo para cualquier economía, suele ser difícil de determinar con claridad. Sin embargo, investigaciones en el marco de los modelos Markov-Switching con cambios de régimen, permiten distinguir los puntos de inflexión con relativa facilidad. En este sentido, se estiman diferentes modelos Markov-Switching para la economía boliviana, con el objeto de caracterizar su ciclo económico a través de la determinación de sus puntos de inflexión y asimetrías.

**Clasificación JEL:** *C22, C50, E32, O47*

**Palabras Clave:** *Ciclos económicos, modelos Markov-Switching*



# Analysis of the Bolivian business cycle with Markov-Switching models

## ABSTRACT

The classification of expansive and recessive phases of the cycle for any economy is usually difficult to determine clearly. However, research in the framework of Markov-Switching models with regime shifts allow to distinguish inflection points with relative ease. In this sense, different Markov-Switching models are estimated for the Bolivian economy, in order to characterize its business cycle through the determination of inflection points and asymmetries.

**JEL Classification:** *C22, C50, E32, O47*

**Keywords:** *Business cycles, Markov-Switching models*

## I. Introducción

El estudio de los ciclos económicos, es uno de los temas más importantes en macroeconomía y ha sido objeto de numerosas investigaciones empíricas, enfocadas a comprender cada una de sus características. Uno de los aspectos más importantes analizados en dicha literatura, corresponde a la caracterización de sus fases en cuanto a su duración, persistencia, asimetría y cronología establecidas a partir de la determinación de sus puntos de inflexión.

Aunque la literatura al respecto es bastante amplia en el resto del mundo, no sucede lo mismo en el caso boliviano, donde a pesar de que existe gran variedad de investigaciones que analizan el ciclo económico desde diferentes perspectivas y metodologías, la caracterización del mismo es un terreno poco explorado, y más aún el fechado de sus ciclos. En este sentido, la presente investigación pretende llenar este vacío y a su vez aportar al entendimiento de dicho fenómeno.

De la gran variedad de modelos utilizados para el mencionado fin, es posible destacar los modelos no lineales de cambio de régimen o Markov-Switching, muy populares durante los últimos años y que, dadas sus características, son ideales para modelar el comportamiento de los ciclos económicos. La principal ventaja de dichos modelos radica en la posibilidad de establecer la existencia de distintos regímenes por los cuales atraviesa la variable de estudio, cada cual con características diferenciadas, siendo posible para el presente caso, asociar fácilmente los regímenes a establecer con ciclos expansivos y recesivos.

De esta forma, el presente trabajo utiliza diferentes variantes del modelo Markov-Switching, propuesto por primera vez por Hamilton (1989), para modelar el ciclo económico y determinar sus puntos de inflexión, utilizando para ello información del PIB real. Los resultados obtenidos son significativos, permitiendo establecer una cronología clara de las distintas fases del ciclo y evidenciando sus asimetrías, de tal forma que es posible identificar y asociar expansiones y recesiones en diferentes épocas atravesadas por el país, así como evaluar las fortalezas y debilidades inherentes a cada una de ellas.

El presente documento se organiza de la siguiente manera: la sección II presenta una breve revisión de la literatura correspondiente a trabajos de caracterización del ciclo económico, modelos de cambio de régimen

e investigaciones referentes al ciclo económico boliviano; la sección III presenta el marco conceptual en el cual se basa el modelo a ser estimado, así como la metodología de estimación; la sección IV describe la información utilizada en el modelo, así como sus características y transformaciones necesarias para su uso; la sección V muestra los resultados de los diferentes modelos estimados, así como el fechado de los ciclos económicos. Finalmente, en la sección VI se presentan las conclusiones.

## II. Revisión de la literatura

El análisis y estudio del ciclo económico y su caracterización ha sido uno de los temas de investigación más importantes en la literatura empírica en macroeconomía, existiendo una gran cantidad de investigaciones y técnicas empleadas para su estudio. Un aspecto importante para entender y analizar el ciclo económico, es precisamente determinar sus características en términos de la duración, persistencia y asimetrías entre sus distintas fases, así como determinar con claridad los puntos de inflexión que identifican el inicio y fin de una determinada fase del ciclo.

En este sentido, el trabajo de Beveridge y Nelson (1981) fue pionero en esta literatura, estimando un modelo Autorregresivo Integrado de Media Móvil (ARIMA) para Estados Unidos (EE.UU.), de forma que les fue posible medir y determinar la duración de los ciclos económicos, de manera paralela y con mayor antelación al fechado tradicional de expansiones y contracciones del *National Bureau of Economic Research* (NBER)<sup>1</sup>, que en general es considerada como una medida oficial del inicio y fin de los ciclos económicos de EE.UU. Otros trabajos que siguieron esta misma línea, fueron los de Nelson y Plosser (1982) y Campbell y Mankiw (1987).

Por su parte, trabajos como los de Harvey (1985) y Clark (1987) realizan un estudio del ciclo económico mediante el filtro de Kalman, modelando el Producto Nacional Bruto (PNB) de EE.UU. como la suma de componentes inobservados. Asimismo, Watson (1986) utiliza el mencionado enfoque,

---

1 El fechado de expansiones y contracciones del ciclo económico estadounidense del NBER, no obedece a una regla fija y es calculado a partir del análisis cuantitativo y cualitativo de diferentes variables como el PIB real, ingreso real, empleo, producción industrial y ventas al por mayor y menor, intentando identificar la presencia de un ciclo común entre las mismas.

adicionando al estudio del PNB variables como el ingreso disponible y el gasto en consumo, obteniendo el componente cíclico de las mismas.

Los enfoques y metodologías utilizadas en las mencionadas investigaciones y en otras similares, comparten la característica de considerar a la tasa de crecimiento del PIB o PNB como un proceso estacionario lineal. Sin embargo, la mayoría de las series de tiempo macroeconómicas y financieras presentan desviaciones respecto a la linealidad y los ciclos económicos no son una excepción. Entre los primeros aportes al respecto, destacan Mitchell (1927) y Keynes (1936), quienes señalan que las recesiones económicas en general son severas pero breves, mientras que las fases expansivas son largas pero graduales, existiendo también diferencias entre las varianzas entre una u otra etapa del ciclo.

Esta naturaleza asimétrica que caracteriza al ciclo económico es estudiada en mayor profundidad, posteriormente, en trabajos como los de Neftçi (1984), DeLong y Summers (1986), Stock (1987), Diebold and Rudebusch (1990), Sichel (1989), Sichel (1993) y Artis et al. (1997), quienes aportan evidencia a favor de dicha característica. En este sentido, modelos lineales o lineales dinámicos, no serían capaces de capturar apropiadamente la naturaleza asimétrica de los ciclos económicos respecto a sus expansiones y contracciones.

Hamilton (1989) introdujo por primera vez un modelo alternativo no lineal, hoy en día conocido como modelo de cambio de régimen o modelo Markov-Switching (MS). En el mencionado trabajo, el autor utiliza dicho modelo para definir y medir las recesiones económicas, permitiéndole fechar los ciclos económicos. Para ello, utilizando la tasa de crecimiento del PNB de EE.UU. y en base a un modelo AR(4), introduce la no linealidad a través de cambios discretos en la media entre dos regímenes, definidos como expansiones y contracciones, mismos que poseen una dinámica propia, establecida a partir de un proceso markoviano de primer orden. En este sentido, el ciclo económico cambiará entre ciclos expansivos y contractivos, y el modelo clasificará cada observación en alguno de los dos regímenes establecidos, otorgando además un cálculo de la probabilidad de estar en uno u otro régimen, así como la duración y persistencia de los mismos, con la ventaja de no requerir de información adicional de ningún tipo más que la propia variable de estudio.

Desde el trabajo seminal de Hamilton (1989), son muchos los autores que utilizaron modelos del tipo MS con múltiples aditamentos para modelar distintos aspectos de los ciclos económicos. Goodwin (1993), por ejemplo, estima un modelo MS para analizar el ciclo económico de ocho economías desarrolladas, determinar sus puntos de inflexión y evaluar su simetría. Boldin (1996) por su parte, extiende el análisis realizado por Hamilton (1989), añadiendo un estado adicional al modelo original.

Asimismo, es posible agregar algunos trabajos que se caracterizan por combinar los modelos MS con modelos estado-espacio, creando así un modelo híbrido. Chauvet (1998) por ejemplo, estima un modelo MS con factores dinámicos para evaluar la existencia de un comportamiento común entre distintas variables macroeconómicas y a su vez la asimetría entre las expansiones y contracciones del ciclo económico. Asimismo, French (2005) estima un modelo MS con componentes inobservados para modelar los cambios en tendencia de la productividad multifactorial, así como evaluar la naturaleza asimétrica del comportamiento de dicha variable, al atravesar las distintas fases del ciclo.

Por su parte, considerando la evidencia de cambios en la varianza entre las distintas fases del ciclo económico, reportada por Kähler y Marnet (1992) y Hamilton (1993), surgen trabajos como los de Kontolemis (1999) o Moolman (2004), quienes modelan no solo cambios en la media entre los dos regímenes, sino también cambios en la varianza, de forma que la misma también cambie con cada estado. Habitualmente, se suele identificar a este tipo de modelos como modelos Markov-Switching con Varianza Heteroscedástica (MSH).

Más recientemente, surgieron trabajos conocidos como Modelos de Clasificación Markov-Switching, que básicamente explican la dinámica del crecimiento basado en un grupo de diferentes estados por los que atraviesan los países a través del tiempo, de forma que cada estado definido es caracterizado por su propio sub modelo y patrón de crecimiento. Por ejemplo, Pritchett (2000) identifica seis patrones de crecimiento para poder analizar la dinámica de dicha variable para un grupo de países, donde cada estado se encuentra asociado con un nivel de crecimiento determinado, y a su vez, por un sub modelo para cada régimen. Otros trabajos que siguen esta línea, son los de Jerzmanowski (2006), Kerekes (2012) y Morier y Kühl (2016).

Para Bolivia, existen diversos trabajos que analizan el ciclo económico desde diferentes perspectivas. Antelo (1995) por ejemplo, realiza un análisis teórico y estadístico, presentando evidencia de la persistencia de los *shocks* sobre el producto y la existencia de un co-movimiento entre distintas variables reales en la economía boliviana para el período de 1950-1991, atribuyendo las fluctuaciones en el ciclo a factores reales. Otros trabajos, se caracterizan por realizar un análisis descriptivo y cualitativo, como por ejemplo Grebe et al. (2012) quienes estudian los ciclos económicos bolivianos a partir de un análisis e interpretación del desempeño de distintas variables e instituciones relevantes para el periodo 1989-2009.

Asimismo, un tercer grupo de investigaciones existentes modelan la economía boliviana y sus ciclos a través de Modelos de Equilibrio General, como Vargas (2010) quien caracteriza el comportamiento macroeconómico a través de este tipo de modelos, considerando distintos tipos de *shocks* estocásticos provenientes de variables nominales y de política fiscal, logrando replicar los ciclos económicos y evidenciando una baja volatilidad del producto y la importancia del factor trabajo en el crecimiento.

Aunque las investigaciones mencionadas en los anteriores párrafos, aportan al estudio y entendimiento de los ciclos económicos bolivianos, en ninguna de ellas se presenta una diferenciación clara de los puntos de inflexión para sus distintas fases, la duración de las mismas o una identificación de sus asimetrías. Tampoco existe un fechado oficial de los ciclos económicos bolivianos como los realizados por la NBER para la economía estadounidense, o por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) para sus países miembros.

Sin embargo, existen algunas investigaciones que analizan y pretenden caracterizar y determinar los puntos de inflexión del ciclo económico en un contexto regional, tomando grupos de países, entre los cuales también se incluye a Bolivia. Al respecto, destaca el trabajo de Mejía-Reyes (1999) que en base a un análisis clásico del ciclo económico, define sus puntos de inflexión y analiza las asimetrías y la existencia de una sincronización internacional en el ciclo de ocho economías latinoamericanas y EE.UU. para el periodo 1951-1995. Posteriormente, Mejía-Reyes (2000) nuevamente realiza un fechado

del ciclo económico para los mismos países y periodo de estudio de la anterior investigación, pero esta vez utilizando diferentes modelos Markov-Switching. Asimismo, Calderón y Fuentes (2010), usando el algoritmo propuesto por Harding y Pagan (2002) realizan el fechado (aunque no se presenta en el trabajo), caracterización y comparación del ciclo económico de dos grupos de países, compuestos, el uno por 23 economías emergentes, y el otro por 12 países desarrollados, para el periodo 1980-2006.

En este sentido, considerando la literatura empírica revisada, se hace evidente la ausencia de trabajos que definan y caractericen al ciclo económico boliviano. Incluso los trabajos detallados en el párrafo anterior se quedan obsoletos, considerando el paso del tiempo, pero principalmente por los cambios políticos y económicos ocurridos a partir de 2006, que irrefutablemente influyeron en el ciclo económico boliviano, por lo que un estudio actualizado del mismo es de particular interés para evaluar los resultados del cambio en la orientación de la política económica a partir del mencionado año.

Por lo tanto, el presente trabajo pretende aportar al entendimiento del ciclo económico boliviano, caracterizándolo a través de la definición de sus puntos de inflexión, asimetrías, persistencia de cada una de sus fases, y así llenar el vacío existente en la literatura empírica al respecto. Al mismo tiempo, el disponer de un fechado del ciclo actualizado, permitirá evaluar el impacto de sucesos coyunturales relevantes ocurridos en Bolivia, durante el periodo de estudio sobre la evolución del ciclo económico. Para ello, se seguirá el enfoque empleado por Hamilton (1989), Kontolemis (1999) y Mejía-Reyes (2000) sobre la aplicación de modelos no lineales de cambio de régimen.

### III. Marco conceptual

Siguiendo a Hamilton (1989), sea  $y_t$  una variable estacionaria que sigue un proceso autorregresivo  $AR(k)$  de la siguiente forma:

$$y_t - \mu_{s_t} = \phi_1 (y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}) + \phi_2 (y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}}) + \dots + \phi_k (y_{t-k} - \mu_{s_{t-k}}) + e_t \quad (1)$$

donde las raíces de  $\phi(L) = (1 - \phi_1 L - \dots - \phi_k L^k) = 0$  se encuentran fuera del círculo unitario y  $e_t \sim iid N(0,1)$ . La no linealidad en este modelo, surge de los cambios en la media condicional del proceso  $\mu_{s_t}$ , a partir de cambios en la variable aleatoria de estado inobservada  $S_t$ , misma

que solo asume valores discretos y tiene una dinámica propia. En este sentido podemos definir a la media condicional del proceso como:

$$\mu_{S_t} = \mu_0(1 - S_t) + \mu_1 S_t \quad (2)$$

Siguiendo el modelo propuesto por Hamilton (1989) para el fechado de ciclos económicos, la variable latente tomará los valores discretos  $S_t = \{1, 0\}$ , cambiando entre dos estados o regímenes definidos de la siguiente forma:

$$S_t = \begin{cases} 0, & \text{si hay contracción en } t \\ 1, & \text{si hay expansión en } t \end{cases}$$

Si las fechas en las que ocurren los cambios de régimen fueran conocidas *a priori*, el modelo propuesto no sería distinto a un modelo autorregresivo con variables instrumentales, donde la variable *dummy* sería  $S_t$ . Sin embargo, como se mencionó anteriormente, la variable de estado  $S_t$ , es una variable latente que posee una dinámica particular y podría depender de realizaciones pasadas de sí misma como  $S_{t-1}$ ,  $S_{t-2}$ , ...,  $S_{t-p}$ , en cuyo caso estaríamos ante un proceso markoviano de orden  $r$  con dos estados. Siguiendo a Hamilton (1989), se considerará que la probabilidad de que  $S_t$  sea igual a un determinado régimen, dependerá únicamente de la más reciente realización de sí misma, es decir  $S_{t-1}$ :

$$\Pr(S_t = j | S_{t-1} = i, S_{t-2} = h, \dots) = \Pr(S_t = j | S_{t-1} = i) = p_{ij}, \text{ para } i, j = 0, 1 \quad (3)$$

Este proceso es conocido como una cadena de Markov ergódica de primer orden con dos estados. En este sentido, las probabilidades de transición  $p_{ij}$ , para el presente modelo, indican la probabilidad de que la economía cambie de un determinado régimen  $i$  en el periodo  $t-1$  a otro  $j$  en el periodo  $t$ . Las probabilidades de transición estarán completamente definidas por  $p_{11} = p$  y  $p_{00} = q$ , toda vez que  $p_{01} = 1 - p$  y  $p_{10} = 1 - q$ . Cabe mencionar que tanto  $p$  y  $q$  pueden ser interpretadas como la persistencia de un determinado régimen, siendo constantes a través del tiempo, y la duración esperada de cada régimen estará dada por  $(1 - p_{ii})^{-1}$ .

Por lo tanto, para estimar el modelo Markov-Switching de primer orden, con dos estados y cambios en la media en base a un modelo autorregresivo  $AR(k)$ , en adelante denominado  $MSM(2) - AR(k)$ , por el método de máxima verosimilitud, obtendremos la densidad de la



variable de estudio  $y_t$ , condicional al conjunto de información pasada,  $\psi_{t-1}$ , considerando el proceso markoviano de la variable latente  $S_t$ , es decir  $f(y_t | S_t, S_{t-1}, \psi_{t-1})$ , de la siguiente forma:

Primero, será necesario obtener la densidad conjunta de  $y_t$ ,  $S_t$  y  $S_{t-1}$  condicional al conjunto de información pasada  $\psi_{t-1}$ :

$$f(y_t, S_t, S_{t-1} | \psi_{t-1}) = f(y_t | S_t, S_{t-1}, \psi_{t-1}) \Pr(S_t, S_{t-1} | \psi_{t-1}) \tag{4}$$

Luego, obtenemos la densidad marginal  $f(y_t | \psi_{t-1})$  integrando para todos los valores de  $S_t$  y  $S_{t-1}$ , que como es una variable discreta, equivale a las siguientes sumatorias:

$$f(y_t | \psi_{t-1}) = \sum_{S_t=0}^1 \sum_{S_{t-1}=0}^1 f(y_t, S_t, S_{t-1} | \psi_{t-1}) \tag{5}$$

$$f(y_t | \psi_{t-1}) = \sum_{S_t=0}^1 \sum_{S_{t-1}=0}^1 f(y_t | S_t, S_{t-1}, \psi_{t-1}) \Pr(S_t, S_{t-1} | \psi_{t-1})$$

Por lo tanto, la densidad marginal  $f(y_t | \psi_{t-1})$  no es más que una suma ponderada de  $M^2$  densidades condicionales, donde  $M$  es igual a la cantidad de regímenes que posea el modelo. En este caso, los ponderadores estarán definidos como  $\Pr(S_t = j, S_{t-1} = i | \psi_{t-1})$  para todo  $i$  y  $j = 0,1$ . De esta forma la función de log verosimilitud a maximizar será:

$$\ln(\mathcal{L}) = \sum_{t=1}^T \ln \left\{ \sum_{S_t=0}^1 \sum_{S_{t-1}=0}^1 f(y_t | S_t, S_{t-1}, \psi_{t-1}) \Pr(S_t, S_{t-1} | \psi_{t-1}) \right\} \tag{6}$$

Finalmente, para calcular  $\Pr(S_t = j, S_{t-1} = i | \psi_{t-1})$  será necesario seguir el siguiente algoritmo conocido como el filtro de Hamilton<sup>2</sup>:

El primer paso indica que, dado  $\Pr(S_{t-1} = i | \psi_{t-1})$  para todo  $i$ , en el inicio del periodo  $t$ , los ponderadores  $\Pr(S_t = j, S_{t-1} = i | \psi_{t-1})$  para todo  $i$  y  $j$ , serán calculados como sigue:

$$\Pr(S_t = j, S_{t-1} = i | \psi_{t-1}) = \Pr(S_t = j | S_{t-1} = i, \psi_{t-1}) * \Pr(S_{t-1} = i | \psi_{t-1}) \tag{7}$$

2 Una explicación extensiva pero sencilla del filtro de Hamilton, puede ser encontrada en Kim et al. (2000), p. 59.

donde las probabilidades  $\Pr(S_t = j \mid S_{t-1} = i, \psi_{t-1})$  para todo  $i$  y  $j$  son iguales a las probabilidades de transición antes definidas. El siguiente paso indica que, una vez que  $y_t$  es observado al finalizar el periodo  $t$ , podemos actualizar la probabilidad como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \Pr(S_t = j, S_{t-1} = i \mid \psi_t) &= \Pr(S_t = j, S_{t-1} = i \mid \psi_{t-1}, y_t) \\ \Pr(S_t = j, S_{t-1} = i \mid \psi_t) &= \frac{f(S_t = j, S_{t-1} = i, y_t \mid \psi_{t-1})}{f(y_t \mid \psi_{t-1})} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\Pr(S_t = j, S_{t-1} = i \mid \psi_t) = \frac{f(y_t \mid S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_{t-1}) * \Pr(S_t = j, S_{t-1} = i, \psi_{t-1})}{f(y_t \mid \psi_{t-1})}$$

donde el denominador de la última probabilidad corresponde a la expresión (5) y las probabilidades estarán dadas por  $\Pr(S_t = j \mid \psi_t) = \sum_{S_{t-1}=0}^1 \Pr(S_t = j, S_{t-1} = i \mid \psi_t)$ .

Iterando los dos pasos correspondientes al filtro de Hamilton para todo  $t = 1, \dots, T$ , obtendremos los ponderadores apropiados. Sin embargo, para ejecutar el filtro con dos regímenes, necesitamos las siguientes condiciones iniciales:

$$\begin{aligned} \pi_0 &= \Pr(S_0 = 0 \mid \psi_0) = \frac{1-p}{2-p-q} \\ \pi_1 &= \Pr(S_0 = 1 \mid \psi_0) = \frac{1-q}{2-p-q} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el problema de la inferencia en los modelos  $MSM(2) - AR(k)$  consistirá en estimar los parámetros del modelo (en este caso  $\mu_0, \mu_1, \sigma^2, p$  y  $q$ ) maximizando la función de log verosimilitud, para después hacer inferencia sobre las realizaciones de la variable inobservada  $S_t$  para todo  $t = 1, 2, \dots, T$  con los parámetros estimados, obteniendo a su vez las probabilidades filtradas  $\Pr(S_t = 0 \mid y_t, y_{t-1}, \dots, y_1)$  y suavizadas  $\Pr(S_t = 0 \mid y_T, y_{T-1}, \dots, y_1)$  de estar en uno u otro régimen para cada periodo.

El modelo presentado anteriormente puede ser generalizado para considerar que la varianza de  $e_t$  también dependa del cambio de régimen, siguiendo a trabajos como los de Mejía-Reyes (2000) o Moolman (2004). En este sentido, el nuevo modelo también estaría definido por el proceso autorregresivo detallado en la ecuación (1); sin embargo en este caso  $e_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_t^2)$ . Por su parte, la media

condicional del proceso también sería igual a (2) y la varianza estaría definida por:

$$\sigma_{S_t}^2 = \sigma_0^2 (1 - S_t) + \sigma_1^2 S_t$$

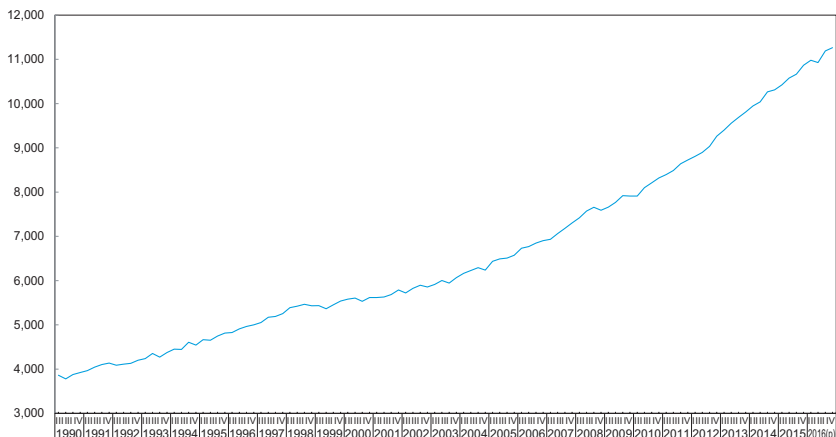
Finalmente, la variable latente tomaría los mismos valores discretos  $S_t = \{1, 0\}$  y la dinámica markoviana también continuaría definida por (3). De esta forma, los modelos Markov-Switching de primer orden, con dos estados, cambios en media y heteroscedásticos en base a un modelo autorregresivo  $AR(k)$ , en adelante denominados  $MSH(2) - AR(k)$ , siguen el mismo procedimiento de estimación por máxima verosimilitud definido en párrafos anteriores, con la única diferencia de que los parámetros a estimar serán en este caso  $\mu_0, \mu_1, \sigma_0^2, \sigma_1^2, p$  y  $q$ .

Con cualquiera de ambos modelos propuestos, es posible definir los puntos de inflexión de la serie bajo estudio a partir del siguiente criterio: una determinada fecha o periodo  $\tau$  será designado como una cima, auge o *peak* del ciclo, si la probabilidad calculada  $\Pr(S_t = 0 | y_T, y_{T-1}, \dots, y_1) < 0,5$  y  $\Pr(S_{t+1} = 0 | y_T, y_{T-1}, \dots, y_1) > 0,5$ . Del mismo modo,  $\tau$  será designado como una depresión, fondo o *trough* si la probabilidad  $\Pr(S_t = 0 | y_T, y_{T-1}, \dots, y_1) > 0,5$  y  $\Pr(S_{t+1} = 0 | y_T, y_{T-1}, \dots, y_1) < 0,5$ .

## IV. Datos

La variable utilizada para el análisis del ciclo económico fue el PIB real publicado por el Instituto Nacional de Estadística de Bolivia (INE). Dicha serie cuenta con periodicidad trimestral, se tomaron los datos para el periodo 1990:I-2016:IV y es calculada a precios constantes del año 1990. Sin embargo, siguiendo a Hamilton (1989) y posteriores trabajos, debemos desestacionalizar la serie, para lo cual se hace uso de la metodología X-13-ARIMA-SEATS sobre la serie original del PIB real (Grafico 1).

**Gráfico 1: PIB REAL DESESTACIONALIZADO, 1990:I - 2016:IV**  
(En millones de bolivianos de 1990)



Fuente: Elaboración propia con datos del INE

Nota: (p) Preliminar

Posteriormente, ante la sospecha de la no estacionariedad de la variable de estudio, se realizó el test Dickey-Fuller aumentado sobre el PIB real desestacionalizado ( $y_t$ ) y bajo diferentes especificaciones no se pudo rechazar la hipótesis de una raíz unitaria para dicha variable. Lo antes mencionado, implica que la primera diferencia del PIB real desestacionalizado ( $g_t$ ) sí sería estacionaria, como se comprueba en la Tabla 1.

**Tabla 1: TEST DICKEY-FULLER AUMENTADO**

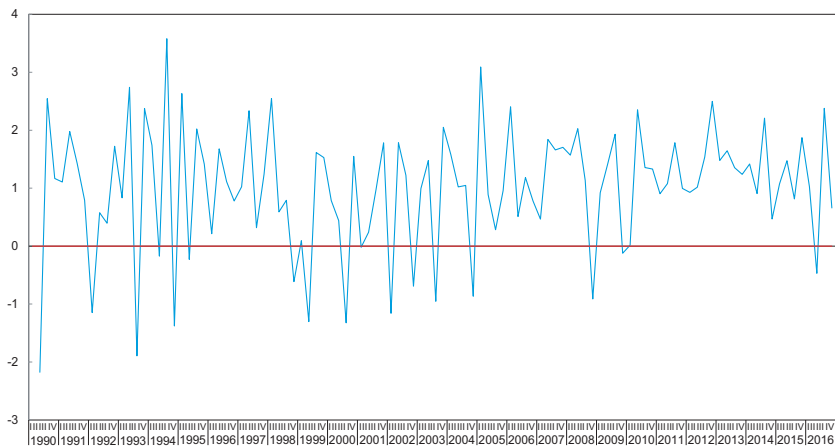
Variable	Orden de Integración	Componentes	Estadístico $\tau$	Valor crítico al 1%
$y_t$	Primeras diferencias $I(2)$	Intercepto y tendencia	-13,29	-4,04
	Niveles $I(1)$	Intercepto y tendencia	1,67	-4,04
$g_t$	Primeras diferencias $I(2)$	Intercepto y tendencia	-9,67	-4,04
		Intercepto	-9,72	-3,49
	Niveles $I(1)$	Intercepto y tendencia	-14,82	-4,04
		Intercepto	-14,68	-3,49

Nota: Valores críticos correspondientes a MacKinnon (1996).

En virtud de lo mencionado anteriormente, y como es habitual en este tipo de trabajos, se utilizará la primera diferencia del logaritmo de la

variable de estudio multiplicada por 100, lo cual sería equivalente a la tasa de crecimiento del PIB real desestacionalizado (Gráfico 2).

**Gráfico 2: TASA DE CRECIMIENTO DEL PIB REAL  
DESESTACIONALIZADO, 1990:II - 2016:IV  
(En porcentaje)**



Fuente: Elaboración propia con datos del INE

## V. Resultados

Se estimaron los modelos  $MSM(2) - AR(k)$  y  $MSH(2) - AR(k)$  detallados en la sección tres del presente documento para el periodo 1990-2016, sin embargo, a diferencia de la determinación *ad hoc* del orden del proceso  $AR(k)$  empleado por Hamilton (1989), entre otros, se decidió seguir la metodología utilizada por Chauvet (1998) y Mejía-Reyes (2000) que consiste en estimar diferentes modelos autorregresivos y determinar el más adecuado de ellos, a partir del criterio de Schwarz, de forma que el orden del proceso  $k$  a ser utilizado en los modelos MS, corresponderá al orden del modelo univariado lineal previamente estimado que minimice dicho criterio.

En este sentido, se estimaron diferentes modelos autorregresivos lineales univariados  $AR(k)$  para el *grid*  $k \in (1, 2, \dots, 4)$  siendo el más adecuado, de acuerdo al criterio antes expuesto, el modelo  $AR(1)$ , cuya estimación se presenta en la Tabla 2, únicamente con fines comparativos. Con el mismo propósito, se añaden también los

resultados encontrados por Mejía-Reyes (2000), siendo el único trabajo disponible con el cual es posible comparar los resultados obtenidos en la presente investigación.

**Tabla 2: RESULTADOS DE ESTIMACIÓN**

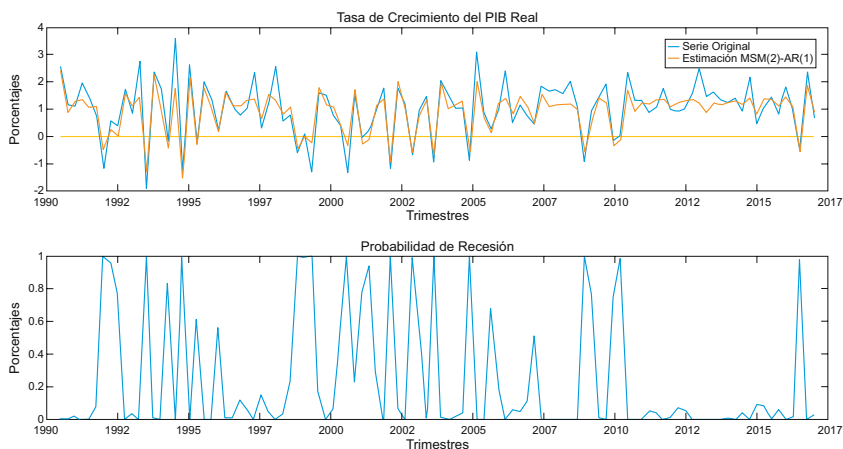
Parámetros	AR(1)	Mejía-Reyes MSH(2)-AR(2)	MSM(2)-AR(1)	MSH(2)-AR(1)
$\mu_0$	1,0083 (0,0861)	-2,203 (0,477)	-0,1981 (0,1253)	-0,3895 (0,8396)
$\mu_1$	- -	3,171 (0,261)	1,7212 (0,2461)	1,6623 (0,2894)
$\phi_1$	-0,3313 (0,0998)	-0,541 (0,142)	-0,3299 (0,0770)	-0,3159 (0,1044)
$\phi_2$	- -	-0,470 (0,134)	- -	- -
$\sigma_0^2$	1,0384 (0,1529)	12,421 (4,412)	0,4009 (0,0537)	0,4388 (0,1478)
$\sigma_1^2$	- -	4,253 (1,460)	- -	0,2791 (0,4714)
$p_{00}$	- -	0,9126 (0,065)	0,2752 (0,2246)	0,2004 (0,5663)
$p_{11}$	- -	0,8860 (0,068)	0,8310 (0,3878)	0,8532 (0,9631)
Duración promedio régimen 0	-	11,42	1,38	1,25
Duración promedio régimen 1	-	8,83	5,92	6,81
Log-likelihood	-153,8996	-74,49	-43,0314	-43,0188
Error Cuadrático Medio	0,9629	-	0,2307	0,2572
Coef. de Desigualdad de Theil	0,3875	-	0,1803	0,1883

Nota: Errores estándar en paréntesis

Se estimó inicialmente el modelo  $MSM(2) - AR(1)$  definido por las ecuaciones (1), (2) y (3) por el método de máxima verosimilitud expuesto en la sección III del presente documento. Los estimadores resultantes correspondientes, expuestos en la Tabla 2 guardan coherencia económica y la mayoría de ellos son estadísticamente significativos. De acuerdo con los resultados encontrados para este modelo, el crecimiento promedio para Bolivia en épocas recesivas estaría en torno al -0,19, mientras que en épocas expansivas estaría alrededor de 1,72. Asimismo, las recesiones no serían tan persistentes como las expansiones, alcanzando probabilidades de 28% y 83%,

respectivamente. A partir de dichas probabilidades se deduce que la duración promedio para las recesiones sería de 1,38 trimestres, mientras que para las expansiones alcanzaría 5,92 trimestres. Posteriormente, se calcularon las probabilidades suavizadas de encontrarse en un estado de recesión para cada observación, como se observa en el Gráfico 3.

**Gráfico 3: TASA OBSERVADA DE CRECIMIENTO DEL PIB REAL VS. ESTIMACIÓN MSM(2)-AR(1) Y PROBABILIDAD DE RECESIÓN, 1990:III - 2016:IV**

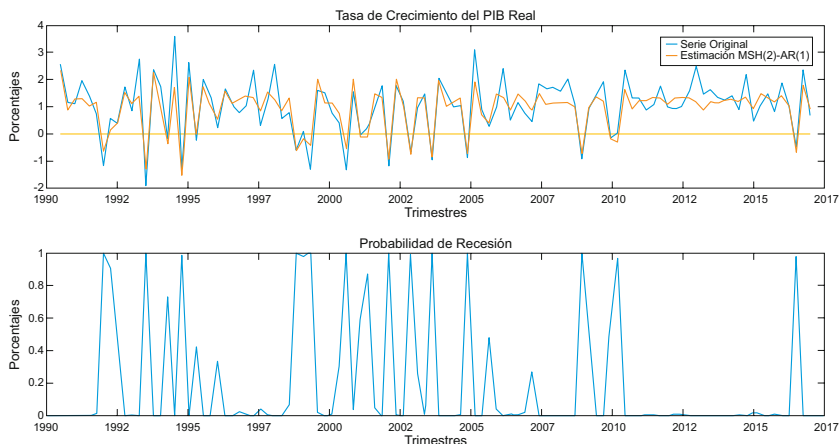


Fuente: Elaboración propia

De forma similar, se procedió a estimar el modelo  $MSH(2) - AR(1)$ , definido por las ecuaciones (1), (2), (3) y (9) por máxima verosimilitud, obteniéndose estimadores muy similares a los del modelo  $MSM(2) - AR(1)$ , mismos que también se exponen en la Tabla 2. De acuerdo a los resultados correspondientes a este modelo alternativo, el crecimiento de Bolivia en periodos recesivos alcanza en promedio un  $-0,39$ , y en épocas expansivas se sitúa alrededor de  $1,66$ . Respecto a la persistencia de los regímenes, al igual que en el anterior modelo, la probabilidad de estar en recesión y permanecer en ella alcanza un 20%, mientras que en el caso de estar en expansión, dicha probabilidad es de 85%. La duración promedio para recesiones y expansiones es de 1,25 y 6,81 trimestres, respectivamente. La comparación del ajuste del modelo y las probabilidades suavizadas de estar en recesión, se observan en el Gráfico 4. En base a los resultados de ambos modelos,

es posible identificar la naturaleza asimétrica de los ciclos económicos bolivianos, mismos que se caracterizan por periodos expansivos largos, persistentes, de alrededor de 6 trimestres, y ciclos recesivos cortos, volátiles, con una duración promedio de 2 trimestres.

**Gráfico 4: TASA OBSERVADA DE CRECIMIENTO DEL PIB REAL VS. ESTIMACIÓN MSH(2)-AR(1) Y PROBABILIDAD DE RECESIÓN, 1990:III - 2016:IV**



Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos por ambos modelos son claramente diferentes a los estimados por Mejía-Reyes (2000), lo cual era de esperar, debido a las diferencias en las variables utilizadas, pero principalmente al periodo de tiempo bajo estudio. El mencionado trabajo analiza los ciclos económicos para el periodo 1950-1995, etapa que comprende muchos de los peores momentos atravesados por la economía boliviana.

Durante el mencionado periodo, Bolivia era uno de los países más pobres de la región, con una fuerte dependencia de la ayuda internacional, problemas de centralización, periodos de elevada inflación, importantes déficits fiscales y excesivo endeudamiento público, todo ello empeorado por los golpes de Estado y constantes regímenes militares *de facto*. Este tipo de problemas, acarrearón tasas de crecimiento negativas durante años consecutivos, la conocida hiperinflación de la primera mitad de la década de los ochenta, y el incumplimiento en el pago de obligaciones externas, entre otros. Aunque posteriormente, se logró



afrontar la crisis y mejorar la situación económica, la mayor parte de la muestra utilizada por Mejía-Reyes (2000) se ve influenciada por los hechos desfavorables mencionados anteriormente, reflejándose en la elevada persistencia de los periodos recesivos con una probabilidad de 91% y una duración promedio de 11,4 trimestres.

En cambio, el periodo utilizado en el presente trabajo, 1990-2016, se caracteriza por relativa estabilidad y en particular por el cambio en el enfoque de la política económica instaurado desde 2006, que junto al incremento en los precios de los principales productos de exportación, lograron mejorar la situación económica en general, expresada en el cambio favorable de muchos indicadores económicos y sociales.

Por otra parte, comparando los modelos estimados en el presente trabajo en la línea de Goodwin (1993), observamos que a partir del Error Cuadrático Medio y el Coeficiente de Desigualdad de Theil, el modelo  $MSM(2) - AR(1)$  sería el más adecuado, puesto que cuenta con un valor inferior en ambos casos. Considerando también la significancia de sus estimadores, podemos inclinarnos a favor del mencionado modelo.

Finalmente, a partir de las probabilidades suavizadas calculadas para los dos modelos alternativos, es posible determinar los puntos de inflexión deseados y así fechar los ciclos económicos bolivianos para el periodo 1990-2016, a partir de los criterios señalados en la sección III del presente documento, como se observa en la Tabla 3. Asimismo, se añaden también los puntos de inflexión obtenidos por Mejía-Reyes (2000) comprendidos entre 1990-1995, con fines comparativos.

**Tabla 3: CRONOLOGÍA DEL CICLO ECONÓMICO BOLIVIANO A PARTIR DE MODELOS MARKOV-SWITCHING, 1990 - 2016**

Fase	MSM(2)- AR(1)	MSH(2)- AR(1)	Mejía- Reyes (2000)	Fase	MSM(2)- AR(1)	MSH(2)- AR(1)	Mejía- Reyes (2000)
Trough			1990:I	Peak	2001:IV	2001:IV	
Peak	1991:IV	1991:IV		Trough	2002:I	2002:I	
Trough	1992:III	1992:III		Peak	2002:III	2002:III	
Peak	1993:II	1993:II	1993:I	Trough	2003:I	2002:IV	
Trough	1993:III	1993:III		Peak	2003:II	2003:II	
Peak	1994:I	1994:I		Trough	2003:III	2003:III	
Trough	1994:II	1994:II		Peak	2004:III	2004:III	
Peak	1994:III	1994:III		Trough	2004:IV	2004:IV	
Trough	1994:IV	1994:IV		Peak	2005:II		
Peak	1995:I			Trough	2005:III		
Trough	1995:II			Peak	2006:IV		
Peak	1995:IV			Trough	2007:I		
Trough	1996:I			Peak	2008:III	2008:III	
Peak	1998:III	1998:III		Trough	2009:I	2008:IV	
Trough	1999:II	1999:II		Peak	2009:III	2009:III	
Peak	2000:I	2000:II		Trough	2010:I	2010:I	
Trough	2000:III	2000:III		Peak	2016:I	2016:I	
Peak	2000:IV	2000:IV		Trough	2016:II	2016:II	
Trough	2001:II	2001:II					

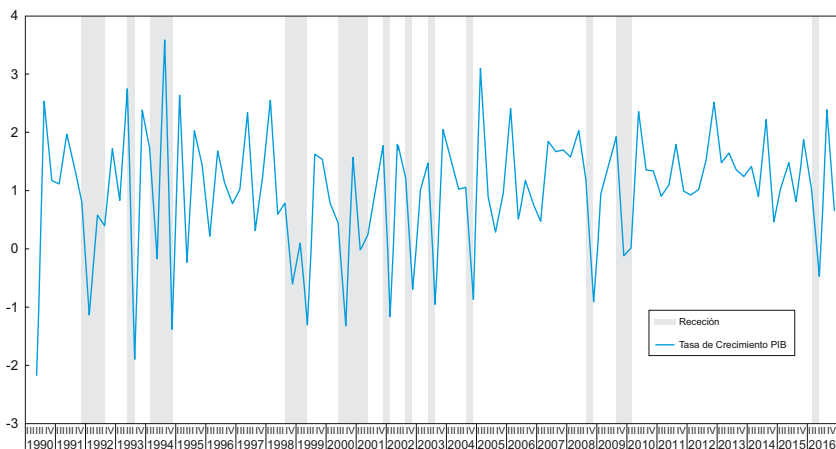
Fuente: Elaboración propia  
 Los puntos de inflexión correspondientes a Mejía-Reyes (2000) tienen periodicidad anual.  
*Peak*=Cima, *Trough*=Fondo.

Como se observa, ambos modelos MS capturan en su mayoría los mismos puntos de inflexión, sin embargo, el modelo  $MSM(2) - AR(1)$  parece capturar más que el modelo alternativo, lo cual no necesariamente significa que sea mejor. En este sentido, es necesaria una revisión coyuntural exhaustiva para definir si los ciclos económicos adicionales identificados, en realidad corresponden a puntos de inflexión.

Analizando más de cerca los ciclos identificados (Gráfico 5), es evidente que durante el periodo 1991-1994, existe gran variación en la serie bajo estudio, por lo que constantemente se está entrando y saliendo de leves crisis económicas, probablemente reflejando los problemas que tuvo la economía debido al debilitamiento del sector minero y la continuidad en la aplicación de las políticas de ajuste, utilizadas para salir de la crisis de los ochenta. Dicho comportamiento errático

también es visible durante la primera mitad de la década del inicio de milenio, que con seguridad refleja los problemas económicos, sociales e inestabilidad política que caracterizaron esos años.

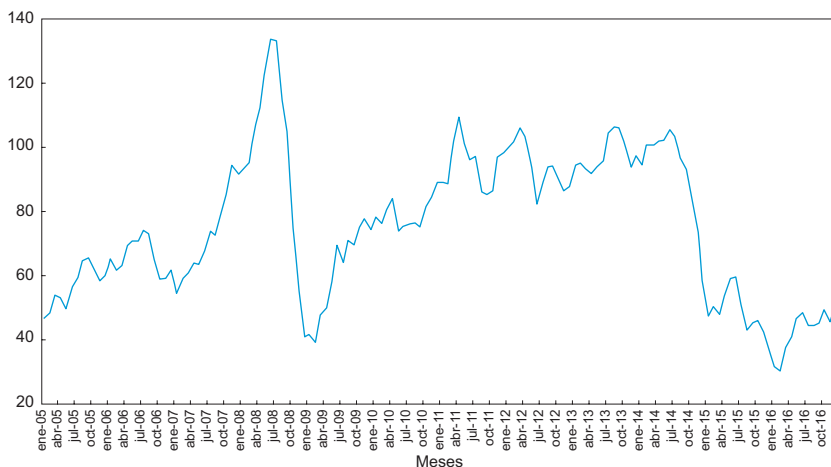
**Gráfico 5: TASA DE CRECIMIENTO DEL PIB REAL Y RECESIONES IDENTIFICADAS A PARTIR DEL MODELO MSH(2)-AR(1), 1990:I - 2016:IV (En porcentaje)**



Fuente: Elaboración propia con datos del INE

Posteriormente, la cantidad de puntos de inflexión es mínima, por lo que es posible hablar de una época de relativa estabilidad económica, misma que coincide con los cambios económicos y políticos acontecidos desde 2006, siendo más fácil de percibir en las probabilidades de recesión calculadas en los Gráficos 3 y 4. El periodo de estabilidad, se ve perturbado durante los años 2008-2010, con leves recesiones que justamente coinciden con la crisis económica internacional y la caída en el precio del petróleo (y por ende de los hidrocarburos). Finalmente, la última recesión identificada acontece durante los primeros trimestres de 2016, hecho que podría asociarse con la nueva caída de los precios del petróleo a similares niveles que los alcanzados durante los años 2008-2009 (Gráfico 6). Aunque hace falta un análisis detallado al respecto, lo mencionado anteriormente puede interpretarse como la posible existencia de la vulnerabilidad de la economía boliviana respecto de los hidrocarburos, principal producto de exportación y fuente de ingresos.

**Gráfico 6: PRECIO DEL PETRÓLEO:  
WEST TEXAS INTERMEDIATE (WTI), 2005 – 2016  
(Dólares por barril)**



Fuente: U.S. Energy Information Administration

## VI. Conclusiones

El estudio de los ciclos económicos es de vital importancia para la literatura empírica en macroeconomía, así como su caracterización, que básicamente implica determinar su duración, puntos de inflexión, persistencia y asimetrías entre sus distintas fases. En este sentido, el presente trabajo realiza un análisis del ciclo económico boliviano, determinando las características antes mencionadas. Para ello, se utilizaron los modelos no lineales de cambio de régimen, mejor conocidos como Markov-Switching, bastante populares en la investigación empírica en macroeconomía durante los últimos años.

Utilizando información del PIB real trimestral desestacionalizado correspondiente al periodo 1990-2016, se estimaron diferentes variaciones del modelo MS, encontrándose resultados significativos. A partir de dichos resultados, fue posible establecer los puntos de inflexión del ciclo económico boliviano, identificando sus asimetrías, caracterizadas por periodos recesivos cortos y fases expansivas largas y persistentes.

Asimismo, los resultados encontrados guardan coherencia con los hechos coyunturales acontecidos durante el periodo de estudio, por lo que permiten identificar las vulnerabilidades y fortalezas propias de cada época y que fácilmente pueden ser vinculadas con diferentes administraciones públicas, *shocks* de diferentes tipos y sucesos económicos internacionales relevantes. En este sentido, se evidenció la estabilidad en el ciclo económico durante los últimos años, ligeramente interrumpido durante épocas coincidentes con la crisis económica internacional y la baja en los precios del petróleo.

## Referencias bibliográficas

- ANTELO, E. (1995). "Ciclos económicos reales en Bolivia", Unidad de Análisis de Políticas Sociales y Económicas (UDAPE), *Revista de Análisis Económico*, 12
- ARTIS, M. J., Z. G. KONTOLEMIS, D. R. OSBORN (1997). "Business Cycles for G7 and European Countries", *The Journal of Business*, 70 (2), pp. 249 - 279
- BEVERIDGE, S. and C. R. NELSON (1981). "A new approach to decomposition of economic time series into permanent and transitory components with particular attention to measurement of the 'business cycle'", *Journal of Monetary Economics*, 7 (2), pp. 151 - 174
- BOLDIN, M. (1996). "A Check on the Robustness of Hamilton's Markov Switching Model Approach to the Economic Analysis of the Business Cycle", *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 1 (1), pp. 35 - 46
- CALDERÓN, C. and R. FUENTES (2010). "Characterizing the Business Cycles of Emerging Economies", The World Bank, Policy Research Working Paper 5343, June
- CAMPBELL, J. Y. and N. G. MANKIW (1987). "Are Output Fluctuations Transitory?", *The Quarterly Journal of Economics*, 102 (4), pp. 857 - 880
- CHAUVET, M. (1998). "An Econometric Characterization of Business Cycle Dynamics with Factor Structure and Regime Switching", *International Economic Review*, 39 (4), pp. 969 - 996
- CLARK, P. (1987). "The Cyclical Component of U.S. Economic Activity", *The Quarterly Journal of Economics*, 4 (2), pp. 797 - 814
- DELONG, J. and L. H. SUMMERS "Are Business Cycles Symmetrical?" in GORDON, R. J. (Ed.) (1986), *The American Business Cycle. Continuity and Change*, Studies in Business Cycles Volume 25, National Bureau of Economic Research, The University of Chicago Press, United States of America, pp. 166 - 179

DIEBOLD, F. X. and G. RUDEBUSCH (1990). "A Nonparametric Investigation of Duration Dependence in the American Business Cycle", *Journal of Political Economy*, 98 (3), pp. 596 - 616

FRENCH, M. W. (2005). "A Nonlinear Look at Trend MFP Growth and the Business Cycle: Results from a Hybrid Kalman/Markov Switching Model", Board of Governors of the Federal Reserve System, Divisions of Research and Statistics and Monetary Affairs, Finance and Economics Discussion Series 2005-12, February

GOODWIN, T. H. (1993). "Business-Cycle Analysis with a Markov-Switching Model", *Journal of Business & Economic Statistics*, 11 (3), pp. 331 - 339

GREBE, H., M. MEDINACELI, R. FERNÁNDEZ, C. HURTADO DE MENDOZA (2012). Los ciclos recientes en la economía boliviana. Una interpretación del desempeño económico e institucional (1989–2009), Programa de Investigación Estratégica en Bolivia (PIEB), La Paz, Bolivia

HAMILTON, J. D. (1989). "A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle", *Econometrica*, 57 (2), pp. 357 - 384

HAMILTON, J. D. "Estimation, Inference and Forecasting of Time Series Subject to Changes in Regime", in Maddala G. S., C. R. RAO, H. D. VINOD (Eds.) (1993), *Handbook of Statistics*, Volume 11, Elsevier B. V., The Netherlands, pp. 231 - 260

HARDING, D. and A. PAGAN (2002). "Dissecting the cycle: a methodological investigation", *Journal of Monetary Economics*, 49 (2), pp. 365 - 381

HARVEY, A. C. (1985). "Trends and Cycles in Macroeconomic Time Series", *Journal of Business & Economic Statistics*, 3 (3), pp. 216 - 227

JERZMANOWSKI, M. (2006). "Empirics of hills, plateaus, mountains and plains: A Markov-switching approach to growth", *Journal of Development Economics*, 81 (2), pp. 357 - 385

KÄHLER, J. and V. MARNET (1992). "International Business Cycles and Long-Run Growth: An Analysis with Markov-Switching and

Cointegration Methods”, *Recherches Economiques de Louvain*, 58 (3 - 4), pp. 399 - 417

KEREKES, M. (2012). “Growth miracles and failures in a Markov switching classification model of growth”, *Journal of Development Economics*, 98 (2), pp. 167 - 177

KEYNES, J. M. (1936). *The General Theory of Employment, Interest, and Money*, Macmillan, London, Great Britain

KIM, C.-J. and C. R. NELSON (2000). *State-space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-sampling Approaches with Applications*, MIT Press, Massachusetts, United States of America

KONTOLEMIS, Z. G. (1999). “Analysis of the U.S. Business Cycle with a Vector-Markov-Switching Model”, IMF Working paper WP/99/107, August

MACKINNON, J. G. (1996). “Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests”, *Journal of Applied Econometrics*, 11 (6), pp. 601 – 618

MEJÍA-REYES, P. (1999). “Classical Business Cycles in Latin America: Turning Points, Asymmetries and International Synchronisation”, *Estudios Económicos*, 14 (2) (28), pp. 265 – 297

MEJÍA-REYES, P. (2000). “Asymmetries and Common Cycles in Latin America: Evidence from Markov-Switching Models”, *Economía Mexicana. Nueva Época*, IX (2), pp. 189 - 225

MITCHELL, W. C. (1927). *Business Cycles. The Problem and Its Setting*, National Bureau of Economic Research, New York, United States of America

MOOLMAN, E. (2004). “A Markov switching regime model of the South African business cycle”, *Economic Modelling*, 21 (4), pp. 631 – 646

MORIER, B. and V. KÜHL (2016). “A Time-Varying Markov-Switching Model for Economic Growth”, *Macroeconomic Dynamics*, 20 (6), pp. 1550 - 1580

NEFTÇI, S. (1984). “Are Economic Time Series Asymmetric over the Business Cycle?”, *Journal of Political Economy*, 92 (2), pp. 307 - 328



- NELSON, C. R. and C. R. PLOSSER (1982). "Trends and random walks in macroeconomic time series: Some evidence and implications", *Journal of Monetary Economics*, 10 (2), pp. 139 - 162
- PRITCHETT, L. (2000). "Understanding Patterns of Economic Growth: Searching for Hills among Plateaus, Mountains, and Plains", *The World Bank Economic Review*, 14 (2), pp. 221 – 250
- SICHEL, D. E. (1989). "Are Business Cycles Asymmetric? A Correction", *Journal of Political Economy*, 97 (5), pp. 1255 - 1260
- SICHEL, D. E. (1993). "Business Cycle Asymmetry: A Deeper Look", *Economic Inquiry*, 31 (2), pp. 224 - 236
- STOCK, J. H. (1987). "Measuring Business Cycle Time", *Journal of Political Economy*, 95 (6), pp. 1240 - 1261
- VARGAS, J. (2010), "Análisis del crecimiento y ciclos económicos: Una aplicación general para Bolivia", Banco Central de Bolivia, *Revista de Análisis*, 13, pp. 9 - 47
- WATSON, M. W. (1986). "Univariate detrending methods with stochastic trends", *Journal of Monetary Economics*, 18 (1), pp. 49 - 75



# **Riesgo de contagio en el sistema financiero boliviano – Análisis a través de redes de pagos interbancarios y del financiamiento de operaciones de crédito a empresas**

**Jonnathan R. Cáceres Santos**

## **Resumen**

El objetivo de este documento de trabajo, es proponer un modelo de contagio financiero que incorpore la red de conexiones entre bancos - empresas y bancos - bancos para el caso del sistema financiero boliviano.

Los resultados hallados con información a agosto de 2016, permitieron evidenciar que los bancos del sistema financiero boliviano contaban con suficientes resguardos de capital primario (Tier 1) para absorber las pérdidas no esperadas.

En el escenario de tensión, los resultados mostraron que la caída de la entidad bancaria más interconectada hubiese producido efectos de tercera vuelta y un contagio financiero que alcanzaría a tres bancos, y una pérdida global de 31,9% del capital primario.

El modelo propuesto permite obtener información relevante para aproximar la importancia sistémica de grupos de empresas y bancos. De igual forma, se constituye en una herramienta de seguimiento para el diseño de políticas macroprudenciales que permitan preservar la estabilidad financiera.

**Clasificación JEL:** C15, G21

**Palabras clave:** *Riesgo sistémico, sistema de pagos, topología de redes, contagio financiero*

# **Contagion risk in the Bolivian financial system – Analysis through interbank payment networks and the credit operations financing to firms**

**Jonnathan R. Cáceres Santos**

## **Abstract**

The aim of this paper is to propose a model of financial contagion that incorporates the connection network between banks-firms and banksbanks in the case of the Bolivian financial system.

The results found with information as of August 2016 showed that the banks of the Bolivian financial system had sufficient primary capital reserves (Tier 1) to absorb the unexpected losses.

In the stress scenario, the results showed that the fall of the most interconnected bank would have produced effects of the third round and a financial contagion that would reach three banks and a global loss of 31,9% of the primary capital.

The proposed model allows obtaining relevant information to approach the systemic importance of groups of companies and banks. Likewise, it constitutes a follow-up tool for the design of macroprudential policies that allow the preservation of financial stability.

***JEL Classification:*** C15, G21

***Keywords:*** Systemic risk, payments system, topology of networks, financial contagion

# **Riesgo de contagio en el sistema financiero boliviano – Análisis a través de redes de pagos interbancarios y del financiamiento de operaciones de crédito a empresas**

Jonnathan R. Cáceres Santos\*

---

Trabajo presentado en la XXII Reunión de la Red de Investigadores de Banca Central, efectuada entre el 2 y 3 de noviembre de 2017 en Bogotá, Colombia y en el X Encuentro de Economistas de Bolivia, efectuado entre el 12 y 13 de octubre de 2017 en Santa Cruz, Bolivia.

\* Correo electrónico del autor: [jcaceres@bcb.gob.bo](mailto:jcaceres@bcb.gob.bo).

El contenido del presente documento es de responsabilidad del autor y no compromete la opinión del Banco Central de Bolivia.

## RESUMEN

El objetivo de este documento de trabajo, es proponer un modelo de contagio financiero que incorpore la red de conexiones entre bancos - empresas y bancos - bancos para el caso del sistema financiero boliviano.

Los resultados hallados con información a agosto de 2016, permitieron evidenciar que los bancos del sistema financiero boliviano contaban con suficientes resguardos de capital primario (Tier 1) para absorber las pérdidas no esperadas.

En el escenario de tensión, los resultados mostraron que la caída de la entidad bancaria más interconectada hubiese producido efectos de tercera vuelta y un contagio financiero que alcanzaría a tres bancos, y una pérdida global de 31,9% del capital primario.

El modelo propuesto permite obtener información relevante para aproximar la importancia sistémica de grupos de empresas y bancos. De igual forma, se constituye en una herramienta de seguimiento para el diseño de políticas macroprudenciales que permitan preservar la estabilidad financiera.

**Clasificación JEL:** C15, G21

**Palabras clave:** Riesgo sistémico, sistema de pagos, topología de redes, contagio financiero

# **Contagion risk in the Bolivian financial system – Analysis through interbank payment networks and the credit operations financing to firms**

## **ABSTRACT**

The aim of this paper is to propose a model of financial contagion that incorporates the connection network between banks-firms and banks-banks in the case of the Bolivian financial system.

The results found with information as of August 2016 showed that the banks of the Bolivian financial system had sufficient primary capital reserves (Tier 1) to absorb the unexpected losses.

In the stress scenario, the results showed that the fall of the most interconnected bank would have produced effects of the third round and a financial contagion that would reach three banks and a global loss of 31,9% of the primary capital.

The proposed model allows obtaining relevant information to approach the systemic importance of groups of companies and banks. Likewise, it constitutes a follow-up tool for the design of macroprudential policies that allow the preservation of financial stability.

**JEL Classification:** C15, G21

**Keywords:** *Systemic risk, payments system, topology of networks, financial contagion*

## I. Introducción

El concepto de riesgo de contagio financiero, hace referencia a la propagación de las dificultades financieras de uno o más bancos hacia otros bancos a través del sistema financiero (Schoenmaker, 1996). Los contagios financieros forman parte esencial del estudio y análisis del riesgo sistémico, pues sus expansiones y alcances son determinantes de la gravedad de una eventual crisis financiera.

Durante la crisis de 2007, el contagio financiero fue propagado por las interconexiones entre entidades financieras; los canales de los sistemas de pago y de liquidación de valores, jugaron un papel crucial para que los activos se dispararan por los diferentes mercados financieros del mundo.

El hecho de comprender que las interconexiones son elementos críticos en el contexto de las crisis financieras modernas, ha permitido que los análisis puedan precisar sobre la magnitud de los impactos y pérdidas que podrían ocurrir en el sistema financiero o en el sector real de la economía (De Castro y Miranda, 2013). Por su parte, los modelos basados en redes permiten mapear los vínculos complejos que se forman por las interconexiones entre instituciones financieras, y a partir de ello obtener elementos inherentes al riesgo de contagio financiero (Summer, 2013).

En la actualidad, el enfoque ‘demasiado interconectado para caer’ (*too interconnected to fail*) tiene un uso generalizado en el análisis del riesgo sistémico y los contagios financieros que podrían ocurrir en situaciones de crisis. Este enfoque está asociado con el concepto de centralidad de los agentes que conforman una red, es decir, aquellos bancos que podrían ocasionar una fuerte alteración en la estructura del sistema, dado ciertos cambios internos o *shocks* idiosincráticos.

Investigadores y analistas de bancos centrales y de otras instituciones vinculadas con la estabilidad financiera, han llevado adelante una gama de estudios para abordar esta temática en los últimos períodos (Martínez-Jaramillo et al., 2012) (Battiston et al., 2013) (Huang et al., 2013) (León et al., 2015).

Las pruebas de tensión (*stress testing*) por su parte, han cobrado especial relevancia para evaluar la resistencia de las entidades y sistemas



financieros frente a contextos adversos. Para ello, se establecieron marcos metodológicos y escenarios en los cuales se evalúa el riesgo de contagio financiero a través de interconexiones, *shocks* sectoriales, deterioro de la cartera de créditos, entre otros (Čihák, 2007).

Entre las lecciones que dejó la última crisis financiera, se destacan los efectos de “segunda vuelta” que causaron pérdidas en el valor de activos y contracciones de liquidez imprevistas (BIS, 2013). Debido a limitaciones en la información, este elemento no es visible para las entidades bancarias y financieras, no obstante es considerado como un factor altamente crítico que puede amplificar el valor de las pérdidas (Van Den End, 2008).

Por esta razón, y dado que los bancos centrales pueden observar íntegramente las exposiciones del sistema a los riesgos financieros (crédito y liquidez), así como la dinámica de las redes que se conforman en el transcurso del tiempo, han asumido un rol protagónico para el análisis e implementación de medidas relativas a la gestión del riesgo sistémico.

El objetivo de este documento de trabajo es proponer un modelo de contagio financiero que incorpore la red de conexiones entre bancos - empresas y bancos – bancos para el caso del sistema financiero boliviano.

A partir de ello, es posible integrar el análisis del riesgo de crédito del sistema, estimar el impacto en las entidades financieras (disminución de provisiones y capital) frente a deterioros de la cartera crediticia e incumplimientos de créditos interbancarios. Los resultados del modelo también contribuirán a aproximar la importancia sistémica de cada grupo de empresas y entidades financieras.

Después de esta introducción, en la segunda parte de este documento se presenta una revisión teórica, posteriormente una descripción de las redes conformadas por empresas y bancos para el caso boliviano; en la tercera parte se desarrolla la metodología y el modelo de contagio propuesto; en la cuarta parte se presentan los principales resultados; y finalmente las conclusiones y consideraciones de cierre.

## **II. Revisión teórica**

Las relaciones y características del financiamiento de bancos a empresas, permiten comprender la dinámica de corto plazo de los ciclos económicos

y la evolución a largo plazo de las economías (Minsky, 1992). Asimismo, la estructura de mercado y las políticas (públicas y privadas) que rigen en los sistemas financieros, juegan un rol esencial en la asignación de los recursos de financiamiento entre los agentes de una economía.

No obstante, los sistemas financieros han demostrado fragilidades que tienden a afectar la estabilidad macroeconómica (Tymoigne, 2011).<sup>1</sup> Estas fragilidades podrían aumentar como consecuencia de políticas económicas inadecuadas, asimetrías de información, innovación de nuevos instrumentos financieros y marcos de regulación inapropiados.

La crisis financiera de 2007 -resultante de los elementos antes citados- dejó nuevamente en evidencia la fuerte correlación entre los sectores financiero y real de las economías. La permanencia de los efectos ampliados de las recesiones en las economías afectadas, se prolongó durante un mayor período de tiempo, en relación a la crisis en los mercados financieros. Esta persistencia produjo importantes costos sociales para los países, como mayores tasas de desempleo.

Asimismo existe un consenso acerca de que, al igual que en las crisis anteriores, el origen de esta crisis tuvo lugar en la fase expansiva del ciclo económico, la cual es financiada en gran parte por una expansión del crédito y un aumento generalizado de confianza y expectativas sobre una prolongación del período de auge, lo cual a su vez, retroalimenta la oferta y conduce a demanda por más crédito.

Un elemento adicional a tomar en cuenta, es el aumento del crédito que usualmente se da en un contexto de una política monetaria acomodaticia, ya que se potencia durante la fase de expansión, mediante un mayor apalancamiento del sistema financiero, es decir, por el aumento de la relación entre activos y patrimonio (Machinea, 2009).

De acuerdo con estos antecedentes, las recomendaciones técnicas de organismos internacionales, se orientaron principalmente a prevenir quiebras, deterioros patrimoniales de entidades financieras y consecuentemente crisis sistémicas<sup>2</sup>. Asimismo, se destaca la

---

1 La fragilidad financiera se define como la propensión a generar inestabilidad financiera como resultado de los problemas financieros. Por su parte, la inestabilidad financiera tiende a afectar variables macroeconómicas como el empleo y la estabilidad de precios (Tymoigne, 2011).

2 Véase IMF et al. (2009), International Organization of the Securities Commissions (2011), BIS (2011) y FSB (2011).

importancia de las entidades estrechamente conectadas y el papel central que cumplen estas instituciones para que el sistema financiero funcione normalmente.

En este sentido, la regulación e implementación de políticas prudenciales destinadas a preservar la estabilidad financiera, resultan vitales en el funcionamiento de las economías modernas. Para ello, la aproximación macroprudencial<sup>3</sup> es generalmente aceptada, ya que incorpora entre otros aspectos, las interrelaciones e interdependencias entre entidades bancarias (Borio, 2003; León y Machado, 2011). Este elemento en particular, permite concebir un panorama más integro sobre los niveles de exposición a los riesgos sistémicos, en relación a lo propuesto por la aproximación microprudencial.<sup>4</sup>

El interés por comprender los potenciales efectos del riesgo de crédito y las implicaciones sistémicas que podrían surgir ante contextos adversos, ha motivado en los últimos años, el estudio de las interrelaciones entre bancos-empresas y bancos-bancos. Una gama de metodologías y herramientas, como indicadores de topología de redes y algoritmos, fue utilizada en documentos de trabajo, para aproximar la importancia sistémica de estos agentes, así como para cuantificar los deterioros financieros como producto de contagios financieros. Entre algunos de estos documentos se mencionan los siguientes:

De Masi y Gallegati (2012) presentan un análisis empírico de la red bancos-empresas para el sistema italiano. En este estudio, hallaron evidencia que la red de créditos juega un papel fundamental en la difusión de una posible crisis y de la presencia de segmentos diferenciados de empresas y bancos según su tamaño.

Uno de los indicadores más representativos como medida de impacto sistémico es DebtRank. Introducido por Battiston et al. (2012) sirvió inicialmente para analizar el programa de préstamos de emergencia por USD1,2 billones otorgados por la Reserva Federal de los Estados Unidos a las instituciones financieras, durante el período 2008 a 2010. En este ejercicio, hallaron que durante el pico de la crisis, 22

---

3 Las políticas macroprudenciales tienen por objeto prevenir la acumulación de riesgos sistémicos, limitando la incidencia sobre la economía real a través de posibles interrupciones en la provisión de servicios financieros (BIS, 2012).

4 La aproximación microprudencial, por su parte, únicamente infiere la situación del sistema financiero a partir de la solvencia individual de cada banco.

instituciones conformaron una red fuertemente conectada, donde cada una de ellas tuvo una importancia sistémica representativa.

Para el caso brasilero, De Castro y Miranda (2013) modelaron una red conjunta de bancos-empresas y bancos-bancos. Con el uso de DebtRank, los autores demostraron que las dificultades financieras procedentes de las empresas, pueden propagarse a través de la red interbancaria, afectando los niveles de liquidez.

La relación prestamista/prestatario entre bancos y empresas, también fue abordada para el caso japonés, a través de una red de créditos bipartitos (Aoyama et al., 2013). Este documento presenta escenarios de tensión, que incluyen: i) dificultades financieras en ciertos bancos, contexto en el cual se halla una relación no lineal entre la importancia y el tamaño, y ii) el deterioro en empresas de algunos sectores industriales, que ocasionó impactos en bancos, y empresas de otros sectores económicos.

Battiston et al. (2016) llevaron a cabo una prueba de tensión para un conjunto de bancos europeos (período 2008 a 2013). En él incluyeron estimaciones de las distribuciones de pérdidas a través de medidas de riesgo, como el valor en riesgo (*Value-at-Risk*) y valor en riesgo condicional (*Conditional-Value-at-Risk*). Asimismo, encontraron evidencia que los efectos de segunda y tercera vuelta fueron más representativos que los de primera vuelta, este elemento sugiere que la mayoría de los marcos actuales de pruebas de tensión, podrían conducir a una grave subestimación del riesgo sistémico.

Para el caso colombiano León et al. (2015) presentan una variante de DebtRank para analizar el riesgo de contagio, el cual está expresado en términos de la caída sucesiva de los niveles de liquidez de corto plazo en las entidades bancarias. Este estudio, centra su análisis en las operaciones interbancarias; asimismo, presenta evidencia que gran parte del efecto negativo está concentrado en un pequeño grupo de entidades bancarias.

### **III. Representación de la red**

En este documento de trabajo, las conexiones entre bancos-empresas, es modelada a través de una red bipartita ( $N$ ). Desde un punto de vista matemático, una red es representada como una matriz de adyacencia,

donde los agentes (bancos y empresas) son nodos, y los elementos  $A_{ij}$  de la matriz señalan los enlaces y sus respectivas direcciones de origen y destino (donde  $i \rightarrow j \neq j \leftarrow i$ ), es decir, se trata de una red dirigida.

De acuerdo con este esquema, los nodos  $i$  y  $j$  que conforman la red, corresponden a un número finito de agentes prestamistas y prestatarios (donde  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  y  $j = 1, 2, 3, \dots, n$ ).

Las medidas aplicadas para aproximar el nivel de conectividad de cada nodo, son el grado de entrada  $k_{in}$  (*in-degree*) y el grado de salida  $k_{out}$  (*out-degree*), que representan los flujos de fondos salientes y entrantes de  $i$  y  $j$  respectivamente. Estos indicadores están definidos como:

$$k_{in} = \sum_{j=1}^n A_j \qquad k_{out} = \sum_{i=1}^m A_i$$

donde  $A_j$  es la conexión que recibe  $j$  de  $i$ , en tanto que  $A_i$  representa la conexión saliente de  $i$  hacia  $j$ .

#### IV. Redes conformadas por bancos y empresas – caso boliviano

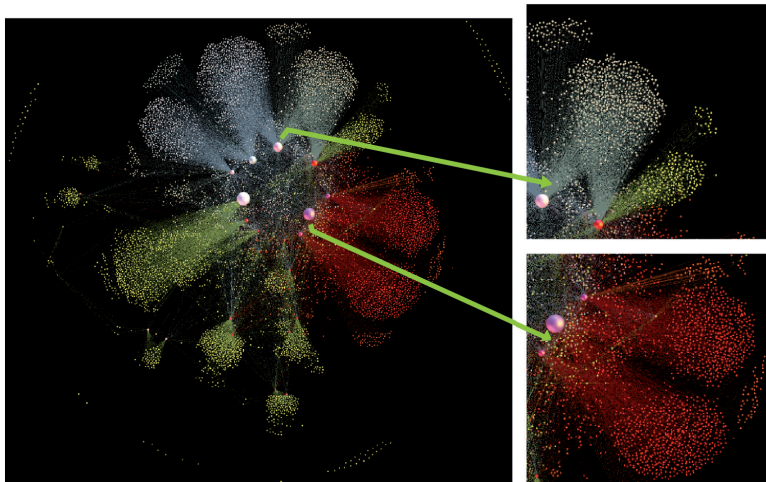
Para el caso boliviano, se analizaron dos fuentes principales de riesgo de crédito asumidas por las entidades bancarias. La primera, relacionada con la otorgación de créditos a empresas, la cual es una actividad propia de la intermediación financiera; y la segunda, por operaciones crediticias canalizadas a través del mercado interbancario (créditos interbancarios).

En el Gráfico 1 se presenta la red completa y dos áreas ampliadas, que muestran las conexiones entre bancos y empresas, a través de operaciones de crédito. En los segmentos de colores (plomo y rojo) se puede identificar exposiciones comunes al riesgo de crédito, ya que una empresa puede estar conectada con más de un banco.

A agosto de 2016, la red bancos–empresas, estuvo conformada por 7.347 agentes (33 bancos y 7.314 empresas). El número de

conexiones alcanzó a 43.342, magnitud que representó la cantidad de operaciones de crédito. El importe de la cartera alcanzó a Bs62.677 millones (USD9.005 millones).

### Gráfico 1: RED DE CRÉDITOS BANCOS-EMPASAS

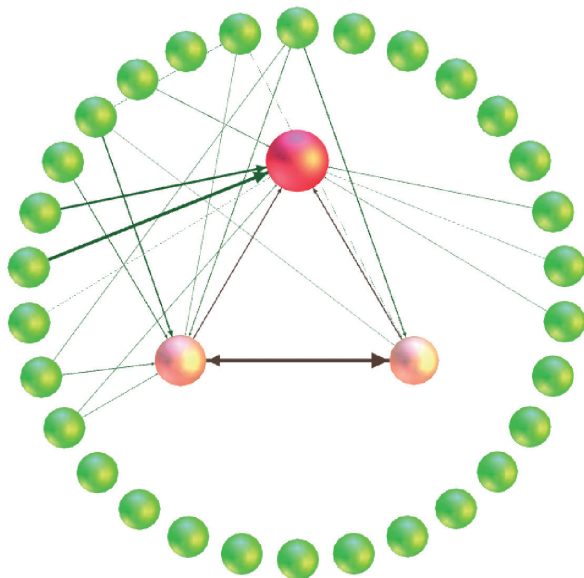


Fuente: Elaboración propia con datos de la Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero (ASFI)

En el ámbito del mercado interbancario, las conexiones son conformadas a partir de los créditos que son negociados entre bancos. La red (bancos–bancos) presenta una importante dinámica debido a que las operaciones son de corto plazo, por lo cual las interconexiones pueden variar sustancialmente durante cortos períodos.

Al 31 de agosto de 2016, el número de bancos conectados fue de 10, el volumen de operaciones vigentes 10, y el importe negociado alcanzó a USD494 millones (Gráfico 2).

**Gráfico 2: RED DE CRÉDITOS BANCOS-BANCOS**



Fuente: Elaboración propia con datos de la ASFI y el BCB

## V. Metodología y modelo de contagio financiero

En esta sección se presenta la metodología propuesta para el cálculo del contagio financiero, a partir de la conformación de las redes bancos-empresas y bancos-bancos.

La metodología tiene el propósito central de evaluar la resistencia de los bancos por exposición al riesgo de crédito, a partir de las suficiencias de provisiones y capital primario. Para ello, se efectúa una estimación del impacto en condiciones normales y de tensión.

### *Red bancos-empresas*

La red bancos-empresas es de tipo bipartita. Para este primer caso, únicamente se considera las aristas dirigidas unidireccionalmente, las que representan las operaciones de crédito de las empresas con los bancos, por lo cual el impacto estará dado por el incumplimiento de pago de las empresas con sus respectivas contrapartes.

Para ello, sean  $i$  y  $j$  un banco y una empresa respectivamente;  $A_{ij}$  es el importe individual prestado por  $i$  a  $j$ ,  $A_i = \sum A_{ij}$  es el importe total de los créditos otorgados por  $i$  a las empresas prestatarias.

Por su parte  $A_{ij}$  tiene asociada una probabilidad de incumplimiento ( $PD$  - *Probability of Default*) que es determinante para el cálculo de las pérdidas esperadas ( $EL$  - *Expected Loss*).

Los niveles de previsiones y de capital primario (*Tier 1*) destinados a cubrir  $EL$  y las pérdidas inesperadas ( $UL$  - *Unexpected Loss*) son ( $R_i$ ) y ( $E_j$ ), respectivamente.

El cálculo de los impactos, viene dado por  $W_{ji} = \min\{1, EL_j/R_i\}$  para el caso de las previsiones, y  $Z_{ji} = \min\{1, UL_j/E_j\}$  para el capital primario. Por lo cual, las magnitudes mínimas y máximas de los impactos se situarán entre 0 y 1, respectivamente.

Para el cálculo de ( $EL$ ) se tomó la formula básica del riesgo de crédito:

$$EL = PD * LGD * EAD \quad (1)$$

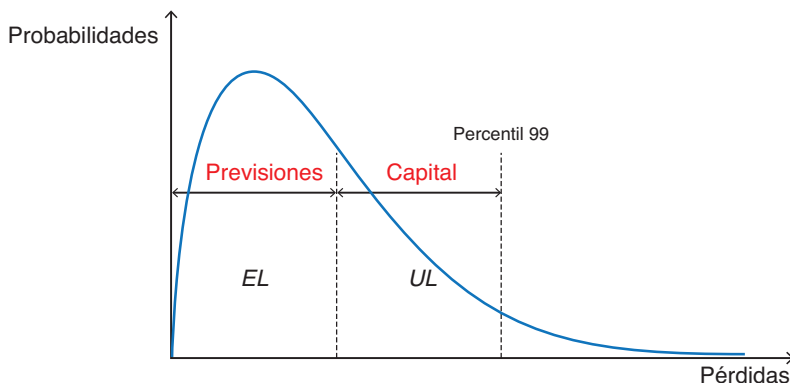
donde:

$EL$ =*Expected Loss* (Pérdidas Esperadas);  $PD$ =*Probability of Default* (probabilidad de incumplimiento);  $LGD$ =*Loss Given Default* (pérdida producida dado el incumplimiento - Severidad);  $EAD$ =*Exposure at Default* (exposición al incumplimiento).

De manera gráfica:



**Diagrama 1: DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE PÉRDIDAS POR RIESGO DE CRÉDITO**



Fuente: Elaboración propia

Se asume que  $PD = P(A_{ij})$ . Para ello se ajustó las probabilidades de incumplimiento históricas a funciones de distribución de probabilidad.

A través de procesos de simulación de Montecarlo, es posible generar números aleatorios para la estimación de los resultados<sup>5</sup>. Una vez conocida la función de probabilidad de pérdida de la cartera, es factible estimar  $UL$ .

### ***Red bancos – bancos***

El mercado interbancario funciona como un mecanismo para la asignación de fondos líquidos en las economías. Los recursos provenientes de las operaciones de crédito contribuyen a que los bancos puedan cubrir sus insuficiencias temporales de liquidez.

Las operaciones que se producen en el mercado interbancario también generan una serie de interdependencias entre bancos a raíz de exposiciones al riesgo de crédito.

Inicialmente, los modelos de contagio únicamente incorporaron los efectos de primera vuelta, no obstante, en situaciones reales se pudo observar que los efectos pueden tener un comportamiento recurrente.

5 Para las simulaciones de Montecarlo se utilizó el Software *Risk Simulator 2016 - Real Options Valuation Inc.*

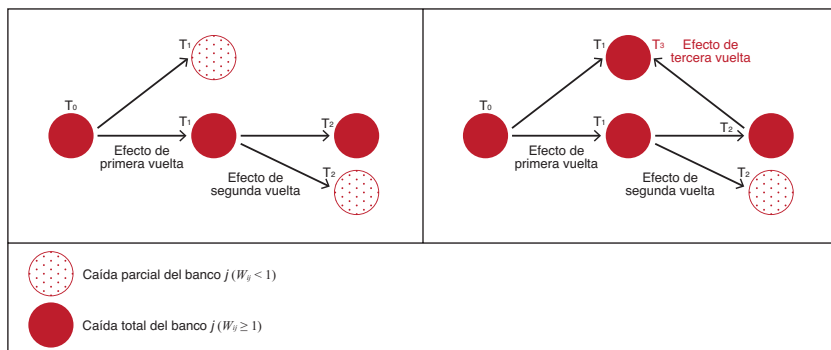
La metodología y el algoritmo propuestos para capturar el efecto de contagio financiero en la red de créditos bancos–bancos se basa en los siguientes elementos:

Sean  $i$  y  $j$  un banco deudor y acreedor respectivamente;  $A_{ij}$  es el importe prestado de  $i$  a  $j$  a través del mercado interbancario;  $A_i = \sum A_{ij}$  representa el importe global de los créditos interbancarios otorgados por  $i$ .

El evento  $Z_i$  representa el incumplimiento de pago de  $i$  debido a un *shock* idiosincrático; su probabilidad de ocurrencia  $P(Z_i)$  viene determinada de manera exógena. El evento  $Y_{ij}$  representa la magnitud del contagio financiero de  $i$  a  $j$ , donde  $P(Y_{ij}) = 1$  cuando  $0 < W_{ij} \leq 1$ . Por su parte,  $W_{ij} = \min\{1, ULL_j/E_j\}$  es el impacto del contagio financiero; ( $ULL_j$ ) las Pérdidas Inesperadas por el incumplimiento de créditos interbancarios; y  $E_j$  el capital primario (*Tier 1*).

Debido a que los bancos que participan en el mercado interbancario, frecuentemente presentan posiciones deudoras y acreedoras en un mismo período de tiempo, pueden producir interdependencias directas además de interdependencias circulares (bucles). Es decir, los efectos de  $n$ -vueltas pueden retroalimentar el contagio financiero provocado por ( $n$ - $j$ )-vueltas anteriores.

**Diagrama 2: EFECTOS DE n-VUELTAS EN UN EPISODIO DE CONTAGIO FINANCIERO**



Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto, el cálculo del impacto global por la caída de  $i$ , corresponde a la sumatoria de los impactos producidos por  $n$ -vueltas:

$$W_i = \underbrace{\sum_{j=1}^n W_{ij}}_{1ra\ vuelta} + \alpha \sum_{j=1}^n W_{ij} + \underbrace{\sum_{k=1}^n W_{jk}}_{n-1 vueltas}$$

Debido a que no existe una solución analítica por la existencia de bucles ( $i \rightarrow j \rightarrow k \rightarrow i$ ) la solución es aproximada por un algoritmo recursivo.

El parámetro  $\alpha^6$  por su parte, aproxima la probabilidad de nuevas conexiones de bancos deudores en un contexto de tensión. Este parámetro amplifica el riesgo de contagio ya que toma en cuenta las conexiones probables, con base a las producidas anteriormente.<sup>7</sup>

## VI. Aplicación del modelo y análisis de datos

De acuerdo con las características señaladas, el modelo fue aplicado para analizar el riesgo de contagio para el sistema financiero en Bolivia. Se consideró información de operaciones de crédito y contingentes otorgados por bancos a empresas por importes iguales o mayores a USD200.000<sup>8</sup>, y créditos interbancarios vigentes al 31 de agosto de 2016.

Los procedimientos y resultados obtenidos fueron los siguientes:

### *Impacto sobre previsiones*

- Para cuantificar el riesgo de contagio a través de la red bancos-empresas, se emplearon los siguientes criterios de agrupamiento para las empresas: i) por sector económico, y ii) grado de interconexión.
- Para el primer caso, las empresas fueron agrupadas según el Código de Actividad Económica y Destino del Crédito (CAEDC). De acuerdo con el indicador ‘grado de salida’ (*out-degree*) la

6 El indicador DebtRank asume como parámetro fijo 0,8.

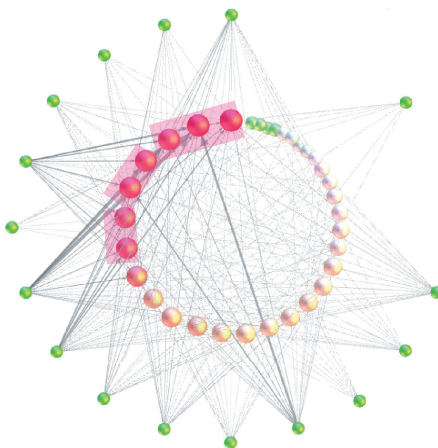
7 Para estimar la probabilidad de conexión  $P = (A_{ij})$  se efectuó simulaciones de Montecarlo de acuerdo con una función de distribución binomial  $P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} P^x (1-P)^{(n-x)}$  para  $x = 0, 1, 2, \dots, n$ . Media  $\mu = E(X) = nP$ ; Varianza  $\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = nP(1 - P)$ .

8 Este rango permitió considerar una muestra representativa del 45% del valor de la cartera de créditos del sistema financiero.

totalidad del grupo de empresas del sector productivo<sup>9</sup> y un segmento de empresas del sector comercio resultaron ser los más interconectados.

- En el Gráfico 3, las aristas representan la magnitud de *EL*. Se observó que 8 entidades bancarias registraron los mayores niveles de exposición al riesgo de crédito (nodos segmentados ubicados en la parte interna de la red), mismas que fueron seleccionadas para evaluar el impacto por riesgo de crédito.

**Gráfico 3: RED DE IMPACTOS EMPRESAS-BANCOS,  
SEGÚN SECTOR ECONÓMICO**



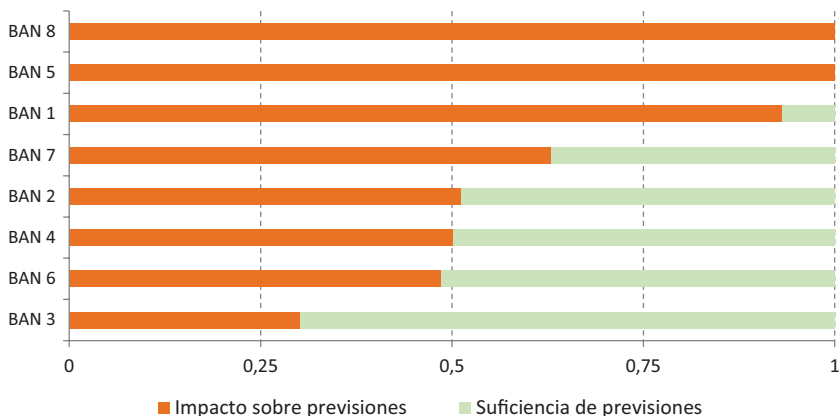
Fuente: Elaboración propia con datos del BCB

En el Gráfico 4 se presentan los impactos sobre las previsiones bancarias<sup>10</sup> que ocurrirían en caso de que *EL* se materializara. Para este caso, es posible observar que todos los bancos, excepto Ban 5 y Ban 8, contaban con suficientes previsiones para afrontar dichas pérdidas. Como se mencionó en la sección anterior, la magnitud del impacto se sitúa entre 0 como mínimo y 1 como máximo.

9 Corresponde a las siguientes actividades económicas: Agricultura y ganadería; Caza, silvicultura y pesca; Extracción de petróleo crudo y gas natural; Minerales metálicos y no metálicos; Industria manufacturera; Producción y distribución de energía eléctrica, gas y agua; Construcción.

10 Para este análisis se tomó en cuenta únicamente las previsiones específicas y se dejó al margen las previsiones genéricas y cíclicas.

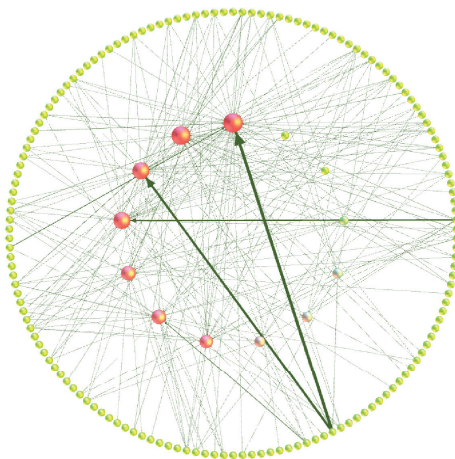
**Gráfico 4: IMPACTO SOBRE PREVISIONES BANCARIAS POR RIESGO DE CRÉDITO, SEGÚN SECTOR ECONÓMICO**



Fuente: Elaboración propia con datos de ASFI y BCB

- Para el segundo criterio, se consideró a las 150 empresas más interconectadas. En el Gráfico 5, nuevamente las aristas representan las magnitudes de *EL* y los nodos internos a los bancos.

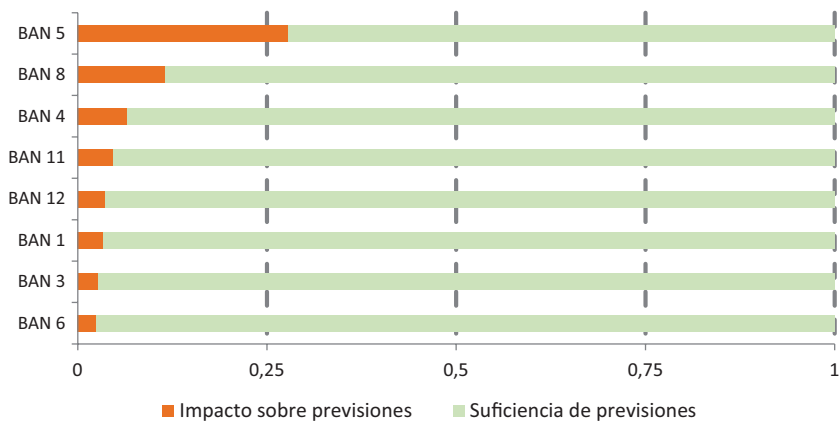
**Gráfico 5: RED DE IMPACTOS EMPRESAS-BANCOS, SEGÚN CONECTIVIDAD**



Fuente: Elaboración propia con datos del BCB

En el Gráfico 6 se observa los impactos sobre las previsiones bancarias. Estos resultaron ser menos significativos que en el caso anterior; todos ellos se situaron por debajo de 30%, dejando un amplio margen de cobertura.

**Gráfico 6: IMPACTO SOBRE PREVISIONES BANCARIAS POR RIESGO DE CRÉDITO, SEGÚN CONECTIVIDAD**



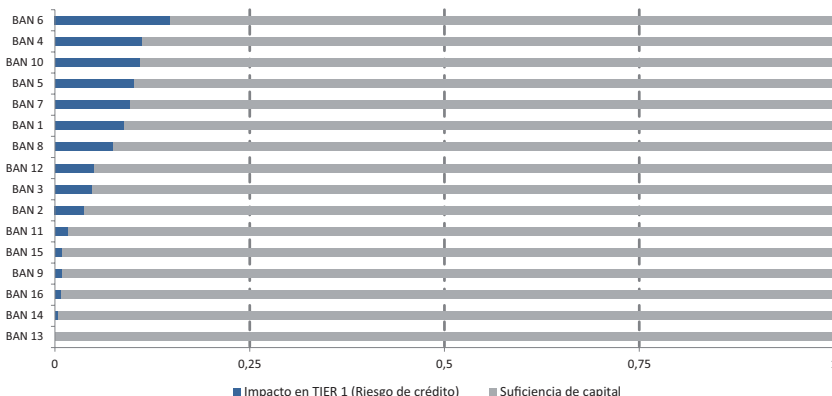
Fuente: Elaboración propia con datos de ASFI y BCB

### *Impacto sobre capital primario*

- En el Gráfico 7, se presenta el impacto de *UL* sobre el capital primario<sup>11</sup> por créditos otorgados a las empresas. En él, es posible observar que las condiciones de solvencia de los bancos eran las adecuadas, dado los amplios márgenes de capital para cubrir eventuales pérdidas.

<sup>11</sup> Se consideró el 50% de los capitales primarios, ya que de acuerdo al marco regulatorio vigente en Bolivia, corresponde al límite mínimo que una entidad bancaria debería constituir para no ser sujeto de intervención (Artículo 511, inciso b, Ley No 393 de Servicios Financieros).

**Gráfico 7: IMPACTO SOBRE CAPITAL PRIMARIO POR RIESGO DE CRÉDITO, SEGÚN SECTOR ECONÓMICO**



Fuente: Elaboración propia con datos de ASFI y BCB

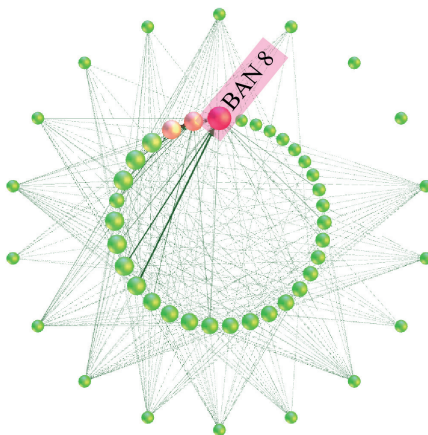
- Posteriormente se procedió al cálculo del impacto de *UL* sobre capitales primarios bancarios, como resultado del incumplimiento de obligaciones de pago en el mercado interbancario. Para ello, inicialmente se identificó al banco más interconectado a través del indicador PageRank Google®<sup>12</sup>, este resultó ser Ban 8 (Gráfico 8).

12 Es una aproximación numérica de la popularidad de un nodo. Este indicador toma en cuenta la “calidad de los enlaces”, es decir, un agente es importante si este a su vez está conectado a otros agentes importantes. La identidad de PageRank Google® (*CV*) matemática es:

$$CV_i^G(t) = c \sum_{v \in B_i^t} \frac{CV_v^G(t)}{N_v^t} + cE_i$$

donde *G*: matriz de conexiones del agente (*i*) en el día (*t*); *B<sub>i</sub><sup>t</sup>*: conjunto de agentes presentes en la red que se enlazaron al agente (*i*) en el período (*t*); *N<sub>v</sub><sup>t</sup>*: número de agentes con los que (*v*) se relaciona en el período (*t*); (*c*): una constante fija equivalente a la probabilidad de conexión; *E*: vector de valores reales positivos conocido como fuente de rango.

**Gráfico 8: REDES BANCOS-EMPRESAS Y BANCOS-BANCOS**

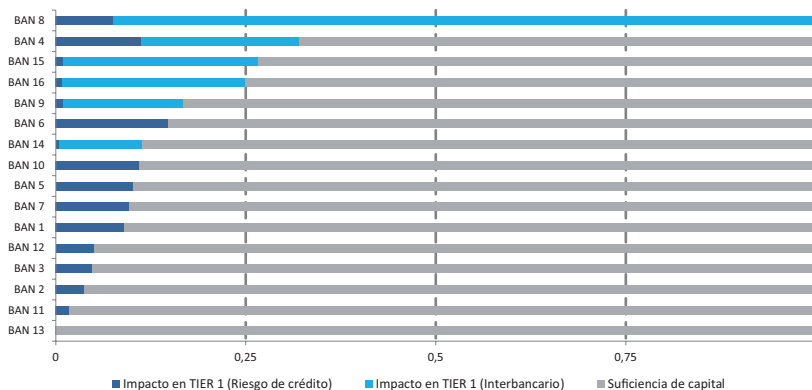


Fuente: Elaboración propia con datos del BCB

Seguidamente se simuló la caída de BAN 8; bajo este escenario cuatro entidades bancarias BAN 4 (32%), BAN 15 (27%), BAN 16 (25%) y BAN 9 (17%) habrían registrado los mayores impactos en sus respectivos capitales primarios (Gráfico 9).

En términos globales el capital primario del sistema financiero hubiese registrado una caída de 26,2%.

**Gráfico 9: IMPACTO SOBRE CAPITAL PRIMARIO POR RIESGO DE CRÉDITO, SEGÚN SECTOR ECONÓMICO Y OPERACIONES INTERBANCARIAS**

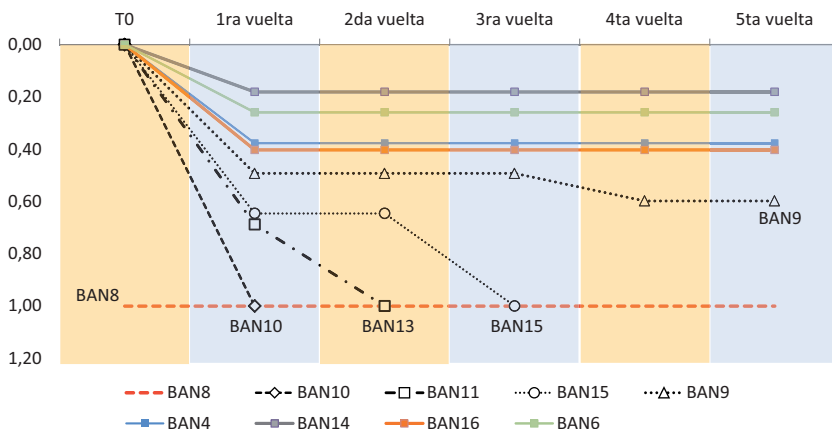


Fuente: Elaboración propia con datos del BCB



Finalmente se incorporó el algoritmo recursivo en el modelo, y se asumió una disminución de 50% a 30% del capital primario. Los resultados muestran que la caída de BAN 8, hubiese producido efectos de tercera vuelta y un contagio financiero que alcanzaría a tres bancos (BAN 10, BAN 13 y BAN 15). Es importante mencionar que este efecto es capturado por la probabilidad de nuevas conexiones que conformaron un bucle entre bancos (Gráfico 10).

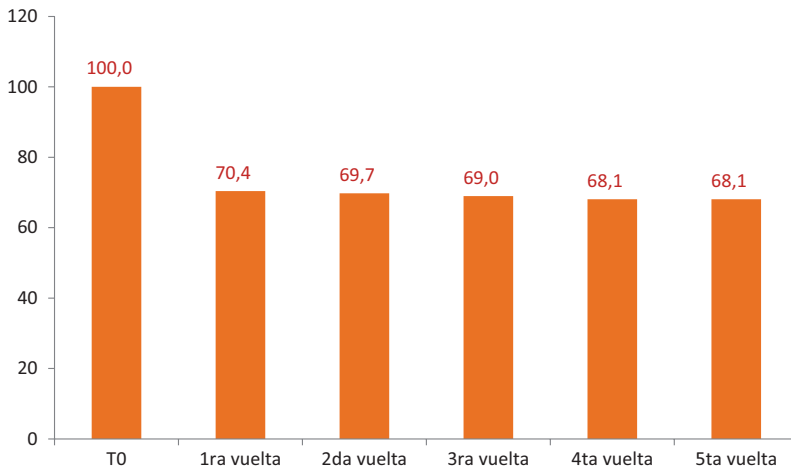
**Gráfico 10: IMPACTOS SOBRE ENTIDADES BANCARIAS POR CONTAGIO FINANCIERO**



Fuente: Elaboración propia con datos del BCB

En este contexto de tensión y de contagio financiero, el impacto global sobre el sistema financiero se hubiese traducido en una caída de 31,9% del capital primario (Gráfico 11).

**Gráfico 11: IMPACTO SOBRE CAPITAL PRIMARIO GLOBAL  
(En porcentaje)**



Fuente: Elaboración propia con datos de ASFI y BCB

A través de este ejercicio se corroboró la aplicabilidad de la metodología y modelo de contagio propuestos para el caso del sistema financiero boliviano. Los cálculos de *EL* y *UL*, el uso indicadores de topología de redes y la aplicación del algoritmo recursivo, permitieron obtener resultados cuantificables en los escenarios base y de tensión formulados.

La aplicación periódica de este modelo se constituye en una herramienta de seguimiento importante para las instituciones encargadas de la estabilidad financiera, puesto que los resultados representarían elementos de juicio para la aplicación de políticas macroprudenciales destinadas a preservar la estabilidad financiera. Entre ellas, se podría destacar medidas orientadas a expandir la liquidez del sistema financiero, como incrementos temporales para los límites de los mecanismos de liquidez del Banco Central de Bolivia o la disminución de tasas de interés para facilitar el acceso de operaciones de corto plazo como los reportos.

## VII. Conclusiones

El análisis del riesgo de contagio en el sistema financiero boliviano, a partir de la estructuración e integración de las redes bancos-empresas

y bancos–bancos, permitió obtener un panorama integral y más completo que analizándolos de manera separada.

Bajo este esquema, es posible conocer los vínculos complejos que se conforman por la interacción entre bancos y empresas, e identificar elementos cruciales para medir la exposición al riesgo de contagio financiero.

Para el caso boliviano, se analizaron dos fuentes principales de riesgo de crédito en el sistema financiero. La primera de ellas relacionada con la otorgación de créditos de bancos a empresas, y la segunda con créditos interbancarios.

Las simulaciones de las probabilidades de incumplimiento de las empresas, posibilitó el cálculo objetivo de las pérdidas esperadas e inesperadas. Los impactos financieros por operaciones de crédito a las empresas, están representados por fracciones parciales o totales (contagio) de provisiones y capitales primarios de las entidades bancarias.

Para el caso del mercado interbancario, la dinámica de las operaciones exige que el análisis del contagio financiero, además de lo señalado anteriormente, sea aproximado a través de un algoritmo recursivo. Este algoritmo es capaz de capturar los efectos de  $n$ -vueltas resultantes de los bucles que se conforman entre bancos.

En el escenario base y según la clasificación de las empresas por actividad económica, los resultados permitieron evidenciar que las provisiones de dos entidades bancarias resultaron insuficientes para enfrentar la materialización de las pérdidas esperadas. En tanto que, según el criterio de conectividad, el impacto fue menos representativo que en el caso anterior.

Para este mismo escenario, la totalidad de las entidades bancarias contaban con suficientes resguardos de capital primario para absorber las pérdidas no esperadas.

En un contexto de tensión, se incorporó el algoritmo recursivo y una disminución de los capitales primarios a 30%. Los resultados mostraron que la caída de la entidad bancaria más interconectada, hubiese producido efectos de tercera vuelta; este contagio alcanzaría a tres

bancos y produciría una disminución de 31,9% sobre el capital primario del sistema financiero.

En este escenario, se comprobó que el algoritmo permitió estimar la probabilidad de nuevas conexiones, capturar los efectos de los bucles que podrían conformarse entre bancos, y obtener una aproximación sobre el alcance de un eventual contagio financiero.

Con información financiera e individualizada a agosto de 2016, y la obtención de resultados objetivos, se validó la aplicabilidad del modelo de contagio propuesto, tanto en escenarios base como de tensión.

Este modelo se constituye en una herramienta de seguimiento para las instituciones encargadas de la estabilidad financiera, los resultados son elementos de juicio para el diseño de políticas macroprudenciales destinadas a preservar la estabilidad financiera. Por ejemplo, para el escenario de tensión propuesto, una política macroprudencial consistente en incrementos temporales para los límites de los mecanismos de liquidez del Banco Central de Bolivia o disminuciones de tasas de interés para facilitar el acceso de operaciones de corto plazo, como los reportos, sería altamente recomendable.

Una agenda futura de investigaciones, podría abordar el análisis del contagio financiero a partir de *shocks* de liquidez sistémicos.

## Referencias bibliográficas

AOYAMA, H., S. BATTISTON, Y. FUJIWARA (2013). “DebtRank Analysis of the Japanese Credit Network”, The Research Institute of Economy, Trade and Industry (RIETI), Discussion Paper Series 13-E-087, October

BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS (2013). “Liquidity stress testing: a survey of theory, empirics and current industry and supervisory practices”, Basel Committee on Banking Supervision, Working Paper No 24, October

BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS (2012). “Operationalising the selection and application of macroprudential instruments”, Committee on the Global Financial System, CGFS Papers No 48, December

BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS (2011). “Global systemically important banks: Assessment methodology and the additional loss absorbency requirement”, Basel Committee on Banking Supervision, Consultative document, July

BATTISTON S., M. PULIGA, R. KAUSHIK, P. TASCA, G. CALDARELLI (2012). “DebtRank: Too Central to Fail? Financial Networks, the FED and Systemic Risk”, Scientific Reports, 2 (541), August

BATTISTON, S., G. DI LASIO, L. INFANTE, F. PIEROBON (2013). “Capital and Contagion in Financial Networks”, Munich Personal RePEc Archive, Paper No 52141, December

BATTISTON, S., G. CALDARELLI, M. D’ERRICO, S. GURCIULLO (2016). “Leveraging the network: a stress-test framework based on DebtRank”, *Statistics & Risk Modelling*, 33 (3–4), pp. 117 - 138

BORIO, C. (2003). “Towards a macroprudential framework for financial supervision and regulation?”, Bank for International Settlements, BIS Working Paper No 128, February

ČIHÁK, M. (2007). “Introduction to Applied Stress Testing”, International Monetary Fund, IMF Working Paper WP/07/59, March

DE CASTRO, R. and B. MIRANDA (2013). “Contagion Risk within Firm-Bank Bivariate Networks”, Banco Central do Brasil, Working Paper No 322, August

DE MASI, G. and M. GALLEGATI (2012). “Bank-firms topology in Italy”, *Empirical Economics*, 43 (2), pp. 851 - 866

FINANCIAL STABILITY BOARD (2011). “Effective Resolution of Systemically Important Financial Institutions. Recommendations and Timeliness”, Consultative Document, July

GACETA OFICIAL DE BOLIVIA (2013). *Ley No. 393, Ley de servicios financieros*, de 21 de agosto

HUANG, X., I. VODENSKA, S. HAVLIN, H. E. STANLEY (2013). “Cascading Failures in Bi-partite Graphs: Model for Systemic Risk Propagation”, *Scientific Reports*, 3 (1219), February

INTERNATIONAL MONETARY FUND, BANK FOR INTERNATIONAL SETTLEMENTS, FINANCIAL STABILITY BOARD (2009). “Guidance to Assess the Systemic Importance of Financial Institutions, Markets and Instruments: Initial Considerations-Background Paper”, Report to the G-20 Finance Ministers and Central Bank Governors, October

INTERNATIONAL ORGANIZATION OF SECURITIES COMMISSIONS (2011). “Mitigating Systemic Risk. A Role for Securities Regulators”, Discussion Paper OR01/11, February

LEÓN, C. E. and C. L. MACHADO (2011). “Designing an expert knowledge-based Systemic Importance Index for Financial Institutions”, Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía, No 669, September

LEÓN C., C. MARTINEZ, F. CEPEDA (2015) “Short-Term Liquidity Contagion in the Interbank Market”, Banco de la República de Colombia, Borradores de Economía, No 920, December

MACHINEA, J. (2009). “La crisis financiera internacional: su naturaleza y los desafíos de política económica”, Comisión Económica para América Latina y el Caribe, *Revista CEPAL*, 97, pp. 33 – 56

MARTÍNEZ-JARAMILLO, S., B. ALEXANDROVA-KABADJOVA, B. BRAVO-BENÍTEZ, J. P. SOLÓRZANO-MARGAIN (2012). “An Empirical Study of the Mexican Banking System’s Network and its Implications for Systemic Risk”, Banco de México, Working Paper No. 2012-07, August

MINSKY, H. “Schumpeter and Finance” in BIASCO, S., A. RONCAGLIA, M. SALVATI (Eds.) (1992) *Market and Institutions in Economic Development: Essays in Honour of Paulo Sylos Labini*, chapter 7, MacMillan, New York, United States of America, pp. 103 - 115

SCHOENMAKER, D. (1996). *Contagion Risk in Banking*, Discussion paper series Volume 239, London School of Economics - Financial Markets Group, London, England

SUMMER, M. (2013). “Financial Contagion and Network Analysis”, *Annual Review of Financial Economics*, 5, pp. 277 - 297

TYMOIGNE, É. (2011). “Measuring Macroprudential Risk: Financial Fragility Indexes”, Levy Economics Institute of Bard College, Working Paper No. 654, March

VAN DEN END, J. W. (2008). “Liquidity Stress-Tester: A macro model for stress-testing banks’ liquidity risk”, De Nederlandsche Bank, Working Paper No. 175, May